Die Konstanten
der
physischen Libration des Mondes
berechnet aus Kasaner Heliometermessungen.

Inaugural-Dissertation

zur

Erlangung der philosophischen Doktorwürde

der hohen

Philosophischen Fakultät der Königl. Universität Breslau

eingereicht

und mit ihrer Genehmigung veröffentlicht

von

Max Völkel.

Sonnabend, den 13. Oktober 1906, mittags 12 Uhr

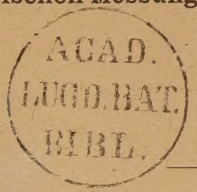
in der Aula Leopoldina:

Vortrag

Über die Vorzüge der photographischen und heliometrischen Messung zur Ortsbestimmung von Himmelskörpern

und

Promotion.



Breslau
Buchdruckerei H. Fleischmann
1906.

Gedruckt mit Genehmigung der hohen philosophischen Fakultät der Kgl. Universität Breslau.

Referent: Prof. Dr. **Franz.**

Seinem lieben Lehrer

Herrn Professor Dr. Franz

in aufrichtiger Dankbarkeit

gewidmet.

1. Einleitung.

Vorliegende Arbeit ist eine Reduktion von heliometrischen Anschlüssen des Kraters Mösting A an den Mondrand, die in Kasan in der Zeit vom Mai 1898 bis zum April 1904 zum Zweck der Bestimmung der Librationskonstanten ausgeführt wurden. Eine Kopie der Originalmessungen wurde von dem Direktor der Kasaner Sternwarte Herrn Prof. Dubiago, der hiesigen Sternwarte übersandt, worauf mir von Herrn Prof. Franz die Bearbeitung übertragen wurde. Die Untersuchung der physischen Libration des Mondes ist eine der interessantesten, aber auch eine der schwierigsten Fragen der Astronomie, und zwar liegt die Schwierigkeit weniger in dem theoretischen Teile, als vielmehr in der praktischen Durchführung der Aufgabe. Denn einmal sind die zu bestimmenden Librationsgrössen äusserst klein, andererseits aber müssen die der Rechnung zugrunde liegenden Messungen naturgemäss mit grosser Unsicherheit behaftet sein, da es sich hierbei um Messungen der Distanz eines Objektes der Mondoberfläche von dem mitunter recht unebenen Mondrande handelt. Aus diesem Grunde kann ein abschliessendes Urteil über die Rotationselemente des Mondes erst aus der Vergleichung mehrerer möglichst genauer und reichhaltiger Beobachtungsreihen gewonnen werden, und man kann sich nicht wundern, wenn die bisher erhaltenen Resultate teilweise recht erheblich von einander abweichen. Die beiden letzten und wichtigsten Arbeiten auf diesem Gebiete der Selenographie sind die Reduktion der Schlüterschen Heliometermessungen zu Königsberg durch Herrn Prof. Franz, sowie eine kürzlich erschienene

Abhandlung von Herrn F. Hayn in Leipzig. Der im folgenden ausgeführte theoretische Teil stützt sich im wesentlichen auf die beiden letztgenannten Autoren.

Es mag mir gestattet sein, an dieser Stelle Herrn Prof. J. Franz für das freundliche Interesse, mit dem er stets meine Arbeit gefördert hat, meinen aufrichtigsten Dank auszusprechen. Auch Herrn F. Hayn, der mir bereitwilligst seine Arbeit zur Verfügung stellte, sowie Herrn Dr. Rechenberg, Assistent an der hiesigen Sternwarte, der in liebenswürdiger Weise gegen Schluss der Arbeit einen Teil der zeitraubenden Kontrollrechnungen übernahm, bin ich zu grossem Danke verpflichtet.

Der Uebersichtlichkeit halber habe ich die folgende Untersuchung in drei Hauptabschnitte zerlegt. Im ersten soll eine kurze Uebersicht über die angewandte Theorie gegeben werden, der zweite enthält die Herleitung der Instrumentalkonstanten, der dritte die Bestimmung der Librationskonstanten.

I. Teil.

2. Die Theorie der Libration gründet sich auf die drei von Cassini zuerst ausgesprochenen Gesetze über die Rotation des Mondes:

a. Die Rotation des Mondes ist gleichförmig und gleich seiner Umlaufszeit um die Erde.

b. Die Neigung der Rotationsachse gegen die Ekliptik ist konstant.

c. Die Ebenen von Mondäquator, Mondbahn und Ekliptik schneiden sich in einer Graden, und zwar fällt der absteigende Knoten des Mondäquators mit dem aufsteigenden Knoten der Bahn zusammen.

Wenn also der Mond eine homogene Kugel wäre, und wenn er sich in einer mit seiner Aequatorebene zusammenfallenden Kreisbahn um die Erde bewegte, so würde nach den Cassinischen Gesetzen stets ein und derselbe Mondradius nach dem Erdzentrum hinweisen, mit anderen Worten, die Verbindungslinie der Schwerpunkte von Mond und Erde

würde immer durch denselben Punkt der Mondoberfläche gehen; wir würden also vom Erdzentrum aus immer genau dieselbe Halbkugelfläche des Mondes übersehen.

3. Die Tatsache, dass die soeben vorausgesetzten Bedingungen nicht erfüllt sind, verursacht die Libration. Da nämlich die Bahngeschwindigkeit des Mondes wegen seiner elliptischen Bewegung nicht konstant ist, so wird bei gleichförmiger Rotation ein Punkt der Mondoberfläche relativ zur Erde bald voraneilen, bald zurückbleiben; ebenso wird sich der Mond wegen seiner wenn auch geringen Bahnneigung aus der Ebene der Ekliptik herausbewegen. Diese Unregelmässigkeiten, die sich, von der Erde aus gesehen, durch teilweises Hervortreten von sonst unsichtbaren, auf der abgewendeten Mondseite liegenden Randpartien bemerkbar machen, nennt man die optische Libration des Mondes. Diese Art der Libration würde, an sich betrachtet, die strenge Gültigkeit der Cassinischen Gesetze nicht in Frage stellen; sie ist, worauf schon ihre Benennung hindeuten soll, keine reelle, sondern nur eine scheinbare Schwankung des Mondes, die nur von seinen Bahnelementen abhängt und mit diesen zugleich bekannt ist.

4. Macht man aber die Annahme, dass die Figur des Mondes von der homogenen Kugel abweicht, so stellen sich die Verhältnisse wesentlich anders. Diese Annahme aber erscheint von vornherein berechtigt. Vom Standpunkte der Kant-Laplace'schen Theorie aus kann man sich vorstellen, dass in einer früheren Entwicklungsperiode des Mondes, in der seine Masse noch nachgiebiger war, durch die bedeutende Anziehung der nahen Erde eine Flutwelle aufgeworfen wurde, während er sich unter der Einwirkung von zentrifugalen Kräften an den Polen abplattete. Da nun durch die Flutreibung die Rotation des Mondes verlangsamt werden musste, bis er relativ gegen die Erde in Ruhe kam, so folgt, dass er nach seiner Erstarrung die Form eines dreiachsigen Ellipsoides angenommen haben muss, wenn auch nicht geometrisch, so doch in seiner Massenverteilung. Auf die Flutreibung werde ich weiter unten noch einmal

zu sprechen kommen. Bei einer solchen Massenverteilung aber können bei der elliptischen und gegen die Ekliptik geneigten Bahnbewegung die Cassinischen Gesetze nicht mehr in aller Strenge bestehen. Die Gleichgewichtslage des Mondes gegen die Erde wird durch die optische Libration fortwährend gestört. Da aber diese Lage naturgemäss stabil ist, so müssen offenbar Kräfte auftreten, die sowohl auf die gleichförmige Rotation, wie auf die konstante Richtung der Rotationsachse einen störenden Einfluss haben. Die so definierten Schwankungen bilden die physische Libration, und zwar speziell die nach Herrn Prof. Franz sogenannte erzwungene physische Libration, weil sie unter den tatsächlich vorliegenden Verhältnissen vorhanden sein muss. Möglich wäre noch eine andere Schwankung, die willkürliche physische Libration. Wie schon erwähnt, wurde wahrscheinlich durch die Flutreibung die Rotation des Mondes allmählich verzögert; in einem bestimmten Zeitpunkt musste dann die Rotation in eine pendelartig schwingende Bewegung übergehen, deren Amplitude immer weiter abnahm. Sollte nun der Mond vollständig erstarrt sein, ehe diese Schwingung ganz erloschen war, so musste sie von da an unverändert erhalten bleiben. Die bisherigen Beobachtungen scheinen aber darauf hinzudeuten, dass diese willkürliche Libration in der Tat nicht vorhanden ist oder wenigstens durch die jetzigen Messungsmethoden nicht nachgewiesen werden kann.

5. Es handelt sich nun um die mathematische Formulierung des Problems. Selenozentrisch betrachtet und auf ein selenozentrisches Coordinatensystem bezogen, stellt sich die Libration als eine periodische Bewegung des Erdzentrums um eine mittlere Lage dar. Als Coordinatenachsen definieren wir nach den vorangeschickten Erörterungen über die Massenverteilung die drei Hauptträgheitsachsen des Mondes wie folgt: Als X-Achse nehmen wir den von Mädler sogenannten „ersten“ Radius, positiv nach der Erde zu; als Y-Achse die auf der vorigen senkrechte Richtung der Bahntangente, positiv entgegengesetzt der Bahnbewegung; als Z-Achse die Rotationsachse, positiv nach Norden zu.

Ferner nehmen wir A, B, C die auf diese Achsen bezogenen Hauptträgheitsmomente des Mondes, p, q, r die Componenten der Winkelgeschwindigkeiten um diese drei Achsen, x, y, z die Coordinaten der Erde, x′, y′, z′ die Coordinaten eines Mondmassenteilchens dm und V die Kräftefunktion; dann bestimmt sich die Bewegung des Mondes um seinen Schwerpunkt durch die Eulerschen Differentialgleichungen

$$1)\quad \begin{aligned} &A.\ \frac{dp}{dt} + (C-B)\,qr = z.\frac{\partial V}{\partial y} - y.\frac{\partial V}{\partial z} \\ &B.\ \frac{dq}{dt} + (A-C)\,rp = x.\frac{\partial V}{\partial z} - z.\frac{\partial V}{\partial x} \\ &C.\ \frac{dr}{dt} + (B-A)\,pq = y.\frac{\partial V}{\partial x} - x.\frac{\partial V}{\partial y} \end{aligned}$$

Hierin ist $V = M\int[(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2]^{-\frac{1}{2}}\,dm$

$$= M\int[r^2 - 2(xx' + yy' + zz') + r'^2]^{-\frac{1}{2}}\,dm$$

wo M die Masse der Erde, r ihre Entfernung vom Mondschwerpunkt und r′ die Entfernung des Massenteilchens dm vom Mondschwerpunkt bedeutet.

Um die Differentialquotienten auf der rechten Seite der Gleichungen 1) zu berechnen, entwickelt man V unter Vernachlässigung der dritten und höheren Potenzen von $\frac{r}{R}$ in eine Reihe. Beachtet man dabei die durch die Einführung des speziellen, auf den Schwerpunkt bezogenen Koordinatensystems bedingten Beziehungen der einzelnen Integrale, so gehen die Gleichungen 1) über in

$$2)\quad \begin{aligned} &A.\ \frac{dp}{dt} + (C-B)\,qr = 3\,(C-B)\,M\,r^{-5}yz \\ &B.\ \frac{dq}{dt} + (A-C)\,rp = 3\,(A-C)\,M\,r^{-5}zx \\ &C.\ \frac{dr}{dt} + (B-A)\,pq = 3\,(B-A)\,M\,r^{-5}xy \end{aligned}$$

Setzt man noch $\frac{C-B}{A} = \alpha$, $\frac{C-A}{B} = \beta$, $\frac{B-A}{C} = \gamma$, so erhält man

$$3)\quad \begin{aligned} \frac{dp}{dt} + \alpha qr &= \quad 3\,M\alpha\, r^{-5}yz = 3\,M\alpha.P \\ \frac{dq}{dt} - \beta rp &= -3\,M\beta\, r^{-5}zx = 3\,M\beta.Q \\ \frac{dr}{dt} + \gamma pq &= \quad 3\,M\gamma\, r^{-5}xy = 3M\gamma.R \end{aligned}$$

wo die Grössen P, Q, R nur als Abkürzungen zu verstehen sind.

Es muss noch gezeigt werden, wie aus den Komponenten der Winkelgeschwindigkeit p, q, r die physische Libration, also die Abweichung der Rotationsbewegung von den Cassinischen Gesetzen gefunden wird. Es sei

m die mittlere Länge des Mondes
n die Länge des aufsteigenden Knotens der Mondbahn auf der Ekliptik
i die Neigung der Mondbahn gegen die Ekliptik
I die mittlere Neigung des Mondäquators gegen die Ekliptik
ϑ die wahre Neigung des Mondäquators gegen die Ekliptik
ψ die Länge des absteigenden Knotens des Mondäquators auf der Ekliptik
φ der Winkel, den die Richtung der positiven X-Achse mit dem absteigenden Knoten des Mondäquators bildet.

Nennt man ferner die Libration in Länge u, die in Neigung w″ und die in Knoten w, dann bestehen die Beziehungen

$$4)\quad \begin{aligned} \vartheta &= I + w'' \\ \psi &= n + w \\ \varphi &= 180^0 + (m + u) - (n + w). \end{aligned}$$

Die Librationsglieder u, w, w″ sind dann mit den Winkelgeschwindigkeiten p, q, r implizit durch die folgenden Gleichungen verbunden

$$
\begin{aligned}
p &= -\sin\varphi \sin\vartheta \frac{d\psi}{dt} - \cos\varphi \frac{d\vartheta}{dt} \\
5) \quad q &= -\cos\varphi \sin\vartheta \frac{d\psi}{dt} + \sin\varphi \frac{d\vartheta}{dt} \\
r &= \cos\vartheta \frac{d\psi}{dt} + \frac{d\varphi}{dt}
\end{aligned}
$$

Um die Gleichungen 3) zu integrieren, müssen zunächst die Grössen P, Q, R in eine für die Berechnung brauchbare Form gebracht werden. Die darin auftretenden Koordinaten der Erde x, y, z beziehen sich auf das System der Hauptträgheitsachsen des Mondes; sie lassen sich aber leicht mit Hilfe der Winkel ϑ, ψ, φ auf das System der Ekliptik transformieren und sich demgemäss durch Radius Vector, Länge und Breite des Mondes ausdrücken.

6. Ich möchte hier den Unterschied erwähnen, der an dieser Stelle zwischen den Untersuchungen der Herren J. Franz und F. Hayn besteht. Franz hat bei der Entwickelung von Länge, Breite und Radius Vector des Mondes nur die Hauptungleichheiten der Bahn berücksichtigt, ferner ersetzt er die Winkel ϑ, ψ, φ durch ihre Werte aus 4) unter Vernachlässigung der Librationsglieder. Nach Hayn sollen nun diese Vernachlässigungen in beiden Fällen nicht statthaft sein. Es zeigt sich allerdings, dass bei einer weitergehenden Berücksichtigung der Ungleichheiten die Koeffizienten der Libration etwas geändert werden, jedoch so wenig, dass die Sicherheit des Resultates dadurch kaum beeinflusst werden kann. Die grösste Aenderung erfährt das Glied, welches zum Argument den doppelten Abstand des Mondperigäums vom aufsteigenden Knoten der Mondbahn hat; die Aenderung des Koeffizienten wird geozentrisch etwa 0.″18, eine Grösse, die in den Anschlussmessungen des Kraters an den Mondrand wahrscheinlich nicht sehr merklich sein wird. Wichtiger dagegen sind die Vernachlässigungen von u, w, w″ in φ, ψ, ϑ. Prof. Franz erhält dadurch eine sehr einfache und durchsichtige Integrationsmethode des Gleichungssystems 3). Die dritte

dieser Gleichungen ist leicht integrierbar. Dagegen würde man die beiden ersten, wenn man auf die genannten Vernachlässigungen verzichten wollte, als ein System simultaner Differentialgleichungen zweiter Ordnung zu integrieren haben, während sich im andern Falle zwei Differentialgleichungen erster Ordnung ergeben, die sich leicht nach einander integrieren lassen. Nach Hayn geschieht nun diese Vereinfachung auf Kosten der Genauigkeit. Vergleicht man aber die Resultate beider Methoden, so zeigt sich, dass die einzige Abweichung in den Ausdrücken für die willkürliche Libration auftritt, die aber, wie bereits erwähnt, für die Messungen unmerklich und daher auch von Hayn selbst späterhin vernachlässigt worden ist. Um nun nachzuweisen, dass die geringen Abweichungen der durch Prof. Franz erhaltenen Librationskoeffizienten von den durch Hayn gefundenen nur wegen der numerischen Vernachlässigungen, nicht aber infolge der angewandten Integrationsmethode vorhanden sind, so habe ich im folgenden die beiden ersten der Gleichungen 3) unter Anwendung der von Hayn entwickelten numerischen Werte nach der von Prof. Franz gegebenen Methode integriert.

7. Nimmt man als Längeneinheit die halbe grosse Achse der Mondbahn, als Zeiteinheit den mittleren Sonnentag und das Massenverhältnis von Mond und Erde gleich $\frac{1}{81}$ an, so wird die Erdmasse M auf Grund des Keplerschen Gesetzes numerisch gleich $0.9877\ m'^2$, wo $m' = \frac{dm}{dt}$ die mittlere tägliche Bewegung des Mondes ist. Setzt man noch $M' = 3M$, so erhält man aus 3)

$$6) \quad \begin{aligned} \frac{dp}{dt} + \alpha qr &= M'\alpha.P \\ \frac{dq}{dt} - \beta rp &= M'\beta.Q \\ \frac{dr}{dt} + \gamma pq &= M'\gamma.R \end{aligned}$$

Wir wollen zuerst die beiden ersten Gleichungen integrieren und schreiben sie nach Prof. Franz

$$\frac{dp}{dt} + \alpha q r = M'\alpha . \Sigma F . \cos h$$

$$\frac{dq}{dt} - \beta p r = M'\beta . \Sigma G . \sin h$$

oder, da genähert $r = m'$ ist,

$$\frac{dp}{dt} + \alpha m' q = M'\alpha . \Sigma F . \cos h$$

$$\frac{dq}{dt} - \beta m' p = M'\beta . \Sigma G . \sin h$$

Dieses System ist integrierbar und gibt

$$7) \quad \begin{aligned} p &= \alpha M' \Sigma \frac{h' F + m' \beta G}{h'^2 - \alpha\beta m'^2} . \sin h + c \sqrt{\alpha} \sin (C + \sqrt{\alpha\beta}\, m' t) \\ q &= -\beta M' \Sigma \frac{h' G + m' \alpha F}{h'^2 - \alpha\beta m'^2} \cos h - c \sqrt{\alpha} \cos (C + \sqrt{\alpha\beta}\, m' t) \end{aligned}$$

wo $h' = \frac{dh}{dt}$ die tägliche Zunahme des Argumentes h bedeutet. Die letzten Glieder der rechten Seiten, die von den Integrationskonstanten abhängen, stellen offenbar nichts anderes als die willkürliche Libration dar und können deshalb vernachlässigt werden; zudem haben sie eine derartig lange Periode, dass sie, falls c wirklich nicht verschwinden sollte, höchstens eine geringe Aenderung des selenographischen Ortes des gemessenen Kraters bewirken würden.

Wir können also setzen

$$8) \quad \begin{aligned} p &= + \alpha M' \Sigma \frac{h' F + m' \beta G}{h'^2 - \alpha\beta m'^2} \sin h = \Sigma M \sin h \\ q &= - \beta M' \Sigma \frac{h' G + m' \alpha F}{h'^2 - \alpha\beta m'^2} \cos h = \Sigma N \cos h \end{aligned}$$

Aus 5) folgt, da man $\sin \vartheta = \vartheta$ setzen kann

$$9)\quad \begin{aligned} \vartheta\,\frac{d\psi}{dt} &= -\,p\sin\varphi - q\cos\varphi \\ \frac{d\vartheta}{dt} &= -\,p\cos\varphi + q\sin\varphi \end{aligned}$$

Da nun $\psi = n + w$, $\varphi = 180^0 + (m - n) + (u - w)$ ist und $\sin(u - w) = u - w$, $\cos(u - w) = 1$ gesetzt werden kann, so transformieren sich die Gleichungen 9) in

$$10)\quad \begin{aligned} \vartheta\,(n' + \frac{dw}{dt}) &= S + (u - w)\,T \\ \frac{d\vartheta}{dt} &= T - (u - w)\,S \quad , \text{ wobei} \end{aligned}$$

$$11)\quad \begin{aligned} S &= p\sin(m - n) + q\cos(m - n) \\ T &= p\cos(m - n) - q\sin(m - n) \end{aligned}$$

Aus 10) erhält man weiter

$$12)\quad \begin{aligned} \vartheta\,(n' + \frac{dw}{dt}) + w\,\frac{d\vartheta}{dt} &= [1 - w\,(u - w)]\,S - u\,T \\ \frac{d\vartheta}{dt} - \vartheta\,w\,(n' + \frac{dw}{dt}) &= [1 - w\,(u - w)]\,T - u\,S \end{aligned}$$

wofür man mit Vernachlässigungen von Gliedern höherer Ordnung schreiben kann

$$13)\quad \begin{aligned} \frac{d(\vartheta w)}{dt} + n'\vartheta &= S \\ \frac{d\vartheta}{dt} - n'(\vartheta w) &= T \end{aligned}$$

Diese Gleichungen sind integrierbar und ergeben mit Berücksichtigung von 11) und 8)

$$14)\quad \begin{aligned} \vartheta w &= -\Sigma\frac{M - N}{2(m' + h')}\sin(m - n + h) + \Sigma\frac{M + N}{2(m' - h')}\sin(m - n - h) \\ \vartheta &= -\Sigma\frac{M - N}{2(m' + h')}\cos(m - n + h) + \Sigma\frac{M + N}{2(m' - h')}\cos(m - n - h) \end{aligned}$$

wobei wieder aus demselben Grunde wie früher die von den Integrationskonstanten abhängigen Glieder weggelassen sind.

Es ist üblich, noch das Verhältnis $\frac{\alpha}{\beta} = f$ einzuführen; alsdann wird nach der Definition von M und N in 8)

$$15) \quad \begin{aligned} \frac{M+N}{2\,(m'-h')} &= \frac{\beta M'}{2}\left[\frac{fF-G}{h'\,(m'-h')} + \frac{m'\beta f\,(G-F)}{h'^2\,(m'-h')}\right] \\ \frac{M-N}{2\,(m'+h')} &= \frac{\beta M'}{2}\left[\frac{fF+G}{h'\,(m'+h')} + \frac{m'\beta f\,(G+F)}{h'^2\,(m'+h')}\right] \end{aligned}$$

Da $\vartheta = I + w''$, so muss in dem aus 14) gefundenen Ausdrucke für ϑ ein von der Zeit unabhängiges Glied, nämlich die mittlere Neigung auftreten. In der Tat erhält man ein konstantes Glied für das Argument $h = m - n$. Daher folgt

$I = \frac{M+N}{2n'} \cdot \cos 0^0$, also nach 15), wenn man die Glieder nach β ordnet

$I = \frac{M'm'f\,(G-F)}{2n'\,h'^2}\,\beta^2 + \frac{M'\,(fF-G)}{2m'\,h'}\,\beta$, wobei $h' = m' - n'$ zu setzen ist.

Wenn I aus Beobachtungen bekannt ist, so kann man hieraus β bestimmen, f hat auf diese Bestimmung so gut wie gar keinen Einfluss; nimmt man nach Prof. Franz $I = 5482''.1$ $f = 0.5$, nach Hansen $m' = 47434''.9$ $n' = -190''.6$, ferner nach Hayn die zu dem Argumente $h = m - n = g + \omega$ gehörigen Werte $F = -0.00054$ $G = 0.11541$ im absoluten Bogenmass, so erhält man $\beta = 0.0006257$. Hayn, der bei der Integration im wesentlichen der von Laplace gegebenen Methode gefolgt ist, erhält $\beta = 0.0006256$.

Wir können nun, nachdem β gefunden ist, die auf der rechten Seite von 14) auftretenden Koeffizienten numerisch berechnen. Es sei g die mittlere Anomalie des Mondes, ω der Abstand seines Perigäums vom aufsteigenden Knoten der Mondbahn, g' und ω' die entsprechenden Grössen für die Sonne, so kommen nur folgende Glieder in Betracht, wobei F und G wieder nach Hayn genommen sind.

Argument h	h'	F	G
ω	+ 591″.7	— 0.00653	+ 0.00322
g + ω	+ 47625 .7	— 0.00054	+ 0.11541
(g + ω) — 2 (g' + ω')	+ 40147 .7	— 0.00074	+ 0.00172

$\frac{M+N}{2(m'-h')}$	$\frac{M-N}{2(m'+h')}$
50″.00 — 93″.78 f	+ 48″.76 — 101″.40 f
+ 5471 .00 + 22 .18 f	+ 10 .97 — 0 .04 f
— 2 .53 — 1 .09 f	+ 0 .21 — 0 .09 f

Hiermit ergibt sich

$$\begin{aligned}
\vartheta.w &= (-\ 50''.00 - \ 93''.78\,f)\sin\ g \\
&+ (-\ 2\ .53 - \ 1\ .09\,f)\sin(2g' + 2\omega') \\
&+ (-\ 48\ .76 + 104\ .40\,f)\sin(\ g\ + 2\omega) \\
&+ (-\ 10\ .97 + \ 0\ .04\,f)\sin(2g\ + 2\omega) \\
&+ (-\ 0\ .21 + \ 0\ .09\,f)\sin(2g\ + 2\omega - 2g' - 2\omega')
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
w'' &= (-\ 50''.00 - \ 93\ .78\,f)\cos\ g \\
&+ (-\ 2\ .53 - \ 1\ .09\,f)\cos(2g' + 2\omega') \\
&+ (-\ 48\ .76 + 104\ .40\,f)\cos(\ g.+ 2\omega) \\
&+ (-\ 10\ .97 + \ 0\ .04\,f)\cos(2g\ + 2\omega) \\
&+ (-\ 0\ .21 + \ 0\ .09\,f)\cos(2g\ + 2\omega - 2g' + 2\omega')
\end{aligned}$$

Setzen wir $f = f_0 + df$, wo f_0 nach Prof. Franz 0.48777 und beschränken wir uns auf die Hauptglieder, so folgt

$$\begin{aligned}
w.\sin I &= (-\ 95''.7 - \ 93''.8\,df)\sin\ g \\
&+ (+\ 2\ .2 + 104\ .4\,df)\sin(\ g + 2\omega) \\
&+ (-\ 11\ .0 + \ 0\ .0\,df)\sin(2g + 2\omega)
\end{aligned} \tag{16}$$

$$\begin{aligned}
w'' &= (-\ 95''.7 - \ 93''.8\,df)\cos\ g \\
&+ (+\ 2\ .2 + 104\ .4\,df)\cos(\ g + 2\omega) \\
&+ (-\ 11\ .0 + \ 0\ .0\,df)\cos(2g + 2\omega)
\end{aligned} \tag{17}$$

Damit ist das System der beiden ersten Gleichungen integriert. Um noch die Libration in Länge zu ermitteln, haben wir nach 5), da man $\cos\vartheta = 1$ und $\frac{d^2m}{dt^2} = 0$ setzen kann:

$$18) \quad \frac{dr}{dt} = \frac{d^2}{dt^2}(\varphi + \psi) = \frac{d^2}{dt^2}(m + u) = \frac{d^2u}{dt^2}$$

Vernachlässigt man nun in 6) das kleine Produkt γpq und entwickelt wieder nach Hayn R als Funktion der Zeit, so hat man zur Bestimmung von u

$$19) \quad \frac{d^2u}{dt^2} + 0.988\, M'\gamma . u = M'\gamma \Sigma H \sin h$$

Die Integration liefert

$$u = -M'\gamma\Sigma \frac{H \sin h}{h'^2 - 0.988\, M'\gamma}$$

Hierzu tritt noch das Glied

$$C . \sin (c + \sqrt{0.988\, M'\gamma}\, t)$$

der willkürlichen Libration, welches wieder zu vernachlässigen ist. Die in Betracht kommenden Werte von H und h′ sind folgende

Argument h	h′	H
g	+ 47034″.0	+ 0.10831
g′	+ 3548 .2	− 0.00317
− g′ + ω − ω′	− 3147 .3	− 0.00009
2 (− g′ + ω − ω′)	− 6294 .6	+ 0.00120
2ω	+ 1183 .4	− 0.00003

Nach Definition der Grössen α, β, γ ist, wenn man das kleine Produkt $\alpha\beta\gamma$ nicht berücksichtigt $\gamma = \beta(1 - f)$. Setzt man $f = f_0 + df$, nimmt für f_0 den von Prof. Franz gegebenen Wert 0.48777, für β den oben gefundenen Betrag 0.0006257, so erhält man für u

$$\begin{aligned} u = {} & (- \ 21''.6 + \ 66''.9\, df) \sin g \\ & + (+ 133\ .3 - 314\ .2\, df) \sin g' \\ 20) \quad & + (+ \ 5\ .1 - \ 12\ .6\, df) \sin (- g' + \omega - \omega') \\ & + (- \ 14\ .1 + \ 36\ .6\, df) \sin (- 2g' + 2\omega - 2\omega') \\ & + (- \ 19\ .2 - \ 73\ .9\, df) \sin 2\omega \end{aligned}$$

Es bleibt nun noch übrig, den Einfluss der so gefundenen Librationsglieder u, w und w″ auf den Ort eines

Mondkraters zu suchen. Bezeichnet man mit λ und β die selenographische Länge und Breite des Kraters, also bezogen auf den ersten, der Erde zugewandten Mondmeridian und auf den Aequator des Mondes, mit l und b seine selenozentrische, also auf die Ekliptik bezogene Länge und Breite, so hat man

$$
\begin{aligned}
&\cos b \cos (l-n) = && -\cos\beta \cos(\lambda + m - n)\\
21)\quad &\cos b \sin (l-n) = \sin\beta \sin I - \cos\beta \cos I \sin(\lambda + m - n)\\
&\sin b \quad\ = \sin\beta \cos I + \cos\beta \sin I \sin(\lambda + m - n)
\end{aligned}
$$

Diese Beziehungen ergeben sich für den Fall, dass die Cassinischen Gesetze streng gelten, aus dem spärischen Dreieck zwischen dem Orte des Kraters, dem Nordpol der Ekliptik und dem Nordpol des Mondäquators, alles vom Mondzentrum aus betrachtet. Setzt man nach Prof. Franz

$$
\begin{aligned}
(\alpha) &= \cos I \cos b - \sin I \sin b \sin(l-n)\\
(\beta) &= \sin I \cos(l-n)\\
(\gamma) &= \quad\ \sin(l-n)\\
(\delta) &= \sin b \cos(l-n),
\end{aligned}
$$

so folgt durch Differenziation der Gleichungen 21), wenn man noch die Differentiale von l, b, λ, β, I, m, n der Reihe nach mit Δl, Δb, $d\lambda$, $d\beta$, $dI + w''$, u, w bezeichnet,

$$
\begin{aligned}
22)\quad \cos b.(\Delta l - w) &= (\alpha)(d\lambda + u - w) + (\beta)\sec\beta\, d\beta + (\delta)(dI + w'')\\
\Delta b &= -(\beta)(d\lambda + u - w) + (\alpha)\sec\beta\, d\beta - (\gamma)(dI + w'')
\end{aligned}
$$

Hierbei sind offenbar Δl und Δb numerisch zu finden, wenn man den selenozentrischen Ort des Kraters einerseits mit Hilfe von Näherungswerten für λ und β aus den Gleichungen 21), andrerseits aus den Messungen nach den im letzten Abschnitt gegebenen Formeln berechnet, und die so gefundenen Werte im Sinne Beobachtung minus Rechnung von einander abzieht. Setzt man noch zur Abkürzung

$$
\begin{aligned}
(\alpha)\, u + [\cos b - (\alpha)]\, w + (\delta)\, w'' - \cos b\, \Delta l &= \varepsilon\, df + \mu\\
-(\beta)\, u + \quad (\beta)\ w - (\gamma)\, w'' - \quad \Delta b &= \xi\, df + \nu,
\end{aligned}
$$

so kann man vermittelst der aus 16) 17) und 20) gefundenen Werte für u, w und w'', sowie den auf obige Weise be-

rechneten Differenzen Δl und Δb die numerische Grösse von ε, μ, ξ und ν bestimmen und erhält alsdann zur Bestimmung der Werte $d\lambda$, $d\beta$, dI und df die beiden Gleichungen

$$23) \quad \begin{aligned} &(\alpha)\, d\lambda + (\beta) \sec\beta\, d\beta + (\delta)\, dI + \varepsilon\, df + \mu = 0 \\ -&(\beta)\, d\lambda + (\alpha) \sec\beta\, d\beta - (\gamma)\, dI + \xi\, df + \nu = 0 \end{aligned}$$

II. Teil.

Das zu den Messungen benutzte Instrument ist ein Heliometer von etwa 1325 mm von Fokallänge. Der weitaus grösste Teil der Beobachtungen ist von Herrn Assistenten Michailowski ausgeführt worden, nur am Anfang der Beobachtungsreihe finden sich einige, weiter unten genauer bezeichnete Messungen von Herrn Observator Gratschew. Ueber das Instrument sind aus Kasan folgende Angaben gemacht. Jede Distanzmessung besteht aus zwei Einstellungen bei verschiedener Drehung des Distanzschlüssels vor und zwei ebensolchen nach dem Durchschrauben. Jede Einstellung geschieht wie folgt. Das Heliometer besitzt ein neues Repsoldsches Mikrometer mit 2 Paaren von Fäden. Beide Paare sind zunächst gemeinsam an einem Schlitten befestigt, der durch eine rohe Schraube bewegt werden kann. Durch diese Schraube wird das eine Fädenpaar, welches mit dem Schlitten fest verbunden ist, auf den Strich der Skale I eingestellt; sodann wird das zweite Fädenpaar, welches auf dem Schlitten verschiebbar ist, durch die Mikrometerschraube auf den nächsten Strich der Skale II eingestellt, gezählt in der Richtung der niedersteigenden Nummern der Scale I, und die Trommelablesung notiert. Die Trommel ist in 100 Teile geteilt und 2 Umdrehungen der Trommel entsprechen genähert dem Intervall zweier Skalenstriche. Die Skale selbst in $^1/_3$ mm geteilt; der Positionskreis ist auf 0′.5 ablesbar. Ausser diesen Angaben sind noch die nötigen Daten über die bei den Beobachtungen benutzten Uhren, und die Thermometer-, sowie Barometer-

korrektionen mitgeteilt. Angaben über periodische Schraubenfehler sind nicht gemacht worden. Es ist allerdings anzunehmen, dass dieselben bei der neuen Mikrometerschraube nicht sehr merklich sein werden, weshalb sie vernachlässigt werden konnten.

Die Teilungsfehler der Objektivskalen sind in Kasan selbst berechnet und in eine Tabelle gebracht worden. Die Korrektionen wurden offenbar für beide Skalen auf dieselbe Einheit bezogen, wie man aus einer Bemerkung von Prof. Dubiago schliessen kann, dass nämlich auch der Run für beide Skalen einheitlich genommen werden soll. Der Run wurde bestimmt, indem auf jeder der beiden Skalen ein Intervall von 2 Strichen gemessen wurde, und zwar auf Skale I das Intervall 75—74, auf Scale II das Intervall 76—75. Die Entfernung zweier Skalenstriche ergibt sich kleiner als 2 Schraubenumdrehungen; die dazu fehlende Grösse erhält man wie folgt in Schraubenteilen

Skale	I	II	Skale	I	II
1901 Okt. 14	— 0.0311	— 0.0297	1902 Feb. 25	— 0.0315	— 0.0269
Okt. 17	331	255	Feb. 28	316	423
Okt. 21	313	311	Mai 12	340	345
Nov. 2	375	362	1903 Mai 26	390	439
Nov. 4	343	366	Dez. 3	365	318

Skale	I	II
1904 März 28	— 0.0277	— 0.0277
Apr. 2	261	300
Apr. 20	174	330
Apr. 26	364	310
Mai 2	206	245

Im Mittel ist für I — 0.0312, für II — 0.0323. Nach Anbringung der Teilungsfehler beträgt das gemessene Intervall der ersten Skale 1.0006 Teile und das der zweiten Skale 0.9980 Teile. Dem entsprechen also 1.9688 bez. 1.9677 Schraubenumdrehungen. Da nun für die Rechnung die Schraubenablesungen halbiert werden, um sie in Skalenteile zu verwandeln, so folgt

Skale I $0.9844^{2r} = 1.0006$ also die Korrektion $+ 0^{2r}.0162$
Skale II $0.9838^{2r} = 0.9980$ „ „ „ $+ 0\ .0142$

Im Mittel ergibt sich also für 0.9841 Doppeldrehungen der Schraube die Korrektion + 0.0152 und für eine solche Drehung die Korrektion + 154.2 Einheiten der 4 Dezimale. Mit diesem Werte wurde eine Tabelle für die Runkorrektion gerechnet.

Zur Bestimmung des Temperatureinflusses auf die Okularstellung sind an 30 Abenden Fokussierungen auf Doppelsterne angestellt worden. Zwei davon sind ausgeschlossen, weil sie offenbar durch grobe Fehler entstellt sind, zwei andere rühren von einem anderen Beobachter her und müssen besonders berücksichtigt werden. Die übrigbleibenden sind im folgenden mitgeteilt, wobei die Temperatur des Objektives in Celsiusgraden, die Ablesung der Okularskale in mm gegeben ist

		mm			mm
1899 Okt. 2	+14°.8	12.905	1901 Okt. 7	+ 8°.3	12.839
1900 März 21	− 5.3	12.806	Okt. 17	− 2.7	12.897
März 29	− 0.5	12.780	Okt. 18	− 4.2	12.874
Mai 18	+19.5	12.945	1902 Apr. 10	− 1.8	12.810
Mai 20	+21.7	12.781	Mai 8	+13.6	12.841
1901 Jan. 15	−17.5	12.794	Nov. 29	−22.1	13.022
Apr. 20	+ 4.4	13.081	1903 März 16	− 8.5	13.085
Mai 13	+12.2	13.075	März 20	−11.6	12.952
Juni 8	+13.6	13.016	März 31	+ 1.6	12.950
Juni 21	+24.8	13.012	Mai 24	+13.5	13.075
Aug. 9	+26.9	13.050	Aug. 27	+19.9	13.022
Sept. 15	+ 2.2	13.059	1904 März 15	− 5.0	13.054
Okt. 2	+ 1.9	13.004	Mai 2	+ 6.6	12.911

Bezeichnet man die Normalokularstellung bei 0° C mit N_0, die bei t^0 gemessene mit N_t, den Temperaturfaktor mit x, so ist $N_t = N_0 + xt$. Nimmt man als Ausgangswert $N_0 = 12.940$ und bezeichnet die Korrektion von N_0 mit y, so erhält man 26 Gleichungen von der Form

$0 = (12.940 - N_t) + tx + y$. Man erhält die folgenden Normalgleichungen (in Logarithmen geschrieben)

$$[3.67501]\, x + [2.10140]\, y + [0.77605_n] = 0$$
$$[2.10140]\, x + [1.41497]\, y + [9.30103_n] = 0$$

Hieraus ergibt sich

$$y = + 0.001795 \pm 0.001130 \text{ w.F.}$$
$$x = + 0.001214 \pm 0.015239 \text{ w F.}$$

Man erhält also als Normalokularstellung bei t^0 C

$$N_t = 12.9418 + 0.001214\, t$$

Mit diesen Werten wurde die Normalokularstellung als Funktion der Temperatur in eine Tabelle gebracht.

Es sind nun noch die von Herrn Gratschew herrührenden Fokussierungen zu berücksichtigen. Wir haben:

		mm
1898 Dez. 23	—21°.45	12.936
1899 Febr. 18	— 20.50	13.046
1899 Febr. 18	— 21.75	13.346

Im Mittel ergibt sich hieraus bei — 21°.2 C die Okularstellung 13.109. Da die wenigen, überdies bei fast derselben Temperatur angestellten Messungen zur Herleitung eines Wärmefaktors gänzlich ungeeignet sind, so ist derselbe wie oben angenommen worden; die Berechtigung dazu liegt in der Natur der Sache, wenn auch manche Beobachter, wie Schur und Ambronn, für sich bei demselben Instrument einen verschiedenen Wärmefaktor gefunden haben, was vielleicht von einer geringen Akkomodationsfähigkeit des Auges herrühren mag. Für den Beobachter Gratschew ist demnach als Normalokularstellung bei 0° C anzunehmen 13.083 mm mit dem Temperaturfaktor + 0.001214. Es gilt dies für die Beobachtungen des Kraters Mösting A 1898 Mai 31, Juni 1, 1899 Febr. 22, März 23, März 27.

Um nun den Einfluss einer Okularverschiebung auf die gemessene Distanz zu finden, hat man diese Distanz mit einem Bruche zu multiplizieren, der entsteht, wenn man die

Okularverschiebung durch die Brennweite des Objektivs dividiert, und die so gefundene Grösse als Korrektion der Distanz beizufügen. Unter Annahme einer Brennweite von 1325 mm erhält man im vorliegenden Falle als Korrektion einer Distanz von 100 Skalenteilen + 0.0755 (N — 0) Skalenteile, wo N die Normal-, 0 die angewandte Okularstellung bedeutet. Es hat sich aber gezeigt, dass der aus Messungen hergeleitete Reduktionsfaktor etwas kleiner ist als der theoretische. Zur Herleitung des ersteren sind folgende Distanzmessungen bei den Okularstellungen 13.50 mm und 12,50 mm, also bei einer Verschiebung um 1 mm gemacht worden.

	mm 13.50 s	mm 12.50 s
47 — 48 H Cephei	126.3619	126.2602
ι — ϑ Cygni	128.2602	128.0869
ι — ϑ Cygni	128.1160	128.0295
63 — 64 Aurigae	137.6196	137.5392
τ — γ Persei	121.1782	121.0919
λ — μ Urs. maj.	119.0294	118.9524

Es mag bemerkt werden, dass diese Distanzen zwar wegen Run und Teilungsfehlern, nicht aber wegen Refraktion korrigiert sind, da die zusammengehörigen Messungen so angeordnet sind, dass man beide als gleichzeitig betrachten kann; es ergibt sich hieraus als Korrektion einer Distanz von 100 Skalenteilen bei 1 mm Okularverschiebung in Einheiten der 4. Dezimale der Reihe nach + 805, 724, 675, 584, 712, 647; also im Mittel 691, und damit als Korrektion einer Distanz von 100 Skalenteilen bei beliebiger Okularstellung + 0.0691 (N — 0), ein Wert, der für alle Beobachtungen angenommen wurde; er beträgt 92 % des theoretisch gefundenen. Auch die Korrektion wegen Okularstellung wurde tabelliert.

Um den Skalenwert und seinen Temperaturkoeffizienten abzuleiten, sind Distanzmessungen des Cygnus- und Perseus-

kreises, sowie der Plejaden benutzt worden. Die hierzu nötigen Sternorte finden sich für die Plejaden im Berliner Jahrbuch, für die Sterne des Cygnus und Perseus sind sie nach den Angaben von Geheimrat Auwers (Die Venusdurchgänge, Deutsche Beobachtungen, Band V) angesetzt worden

Cygnus, Aequinoktium und Epoche 1885.0

	α			jährl. E.B.	δ			jährl. E.B.
	h	m	s	s				
a	20	46	0.204	− 0.0026	+ 49°	41′	55″.67	+ 0″.005
b		45	58.756	− 7	50	21	20 .61	− 7
c		46	4.820	+ 44	50	53	14 .98	− 2
d		45	14.426	+ 20	51	29	2 .01	+ 3
e		44	26.794	+ 65	51	59	15 .88	− 155
f		43	1.162	− 95	52	34	37 .24	− 124

Perseus, Aequinoktium und Epoche 1875.0

c	2	63	13.525	− 30	+ 39	8	5 .71	+	9
e		57	10.260	+ 97	38	21	14 .96	−	97
f		53	55.662	− 29	38	22	53 .19	+	2
g		50	7.162	− 15	38	6	38 .49	−	11
h		45	49.575	+ 36	37	49	35 .56	−	73
i		42	41.848	+ 154	37	48	8 .15	−	89

Plejaden, Aequinoktium und Epoche 1902.0

17	3	39	3.217	− 1	+ 23	48	19 .55	−	36
η		41	39.389	− 4	23	48	8 .40	−	40
27		43	19.961	− 3	23	45	13 .73	−	47

Gemessen wurden folgende Distanzen

No.	1.	Cygnus	ab	8. Cygnus	ce	15. Perseus	hi
	2.		bc	9.	df	16.	ce
	3.		cd	10.	ad	17.	fh
	4.		de	11.	be	18.	gi
	5.		ef	12.	cf	19. Plejaden	17 − η
	6.		ac	13. Perseus	fg	20.	η − 27
	7.		bd	14.	gh	21.	17 − 27

Um alles auf ein einheitliches Aequinoktium zu beziehen, habe ich die gegebenen Sternorte mit Berücksichtigung der Eigenbewegung streng auf 1902.0 reduziert, und mit den so erhaltenen Werten nach den Gauss'schen Formeln der spärischen Trigonometrie Distanz und Positionswinkel für die angegebenen Sternpaare berechnet. Für No. 1) — 15) finden sich jedoch schon Distanz und Positionswinkel in dem bereits genannten Werke von Auwers mit ihren jährlichen Aenderungen durch die Eigenbewegung angegeben, sodass sie leicht auf 1902.0 reduziert werden konnten. Auwers gibt bereits die Positionswinkel an der Mitte des Sternpaares, wie sie mit dem Heliometer gemessen werden. Um auch die nach den Gauss'schen Formeln berechneten Positionswinkel in dieser Form zu erhalten, habe ich an diese nach Chauvenet die Korrektion $-1/16\, s^2 . \sin 2p\,(1 + 2\,tg^2\,\delta)$ angebracht. Ferner wurden die jährlichen Aenderungen der Distanzen, da die Beobachtungen immer weniger als 4 Jahre von 1902.0 entfernt sind, nach einer Nährungsformel gerechnet. Die entsprechenden Aenderungen der Positionswinkel wurden aus demselben Grunde ganz vernachlässigt. Im folgenden sind die Distanzen in Bogensekunden, ihre jährlichen Aenderungen jedoch in Einheiten der 4. Dezimale eines Skalenteils gegeben, weil die letzteren als Korrektionen an die Beobachtungen angebracht worden sind. Hierbei, wie zu der weiter unten erwähnten Berechnung der Refraktion und Aberration wurde der genäherte Skalenwert 51″.89 (Angabe aus Kasan) zugrunde gelegt. Man erhält so

	Distanz	E. B.	Posit.Winkel
1.	2364″.768	— 2.3	— 0°26′37″
2.	1915 .354	+ 1.2	+ 1 38 45
3.	2198 .859	— 1.9	— 12 34 22
4.	1864 .270	—31.5	— 13 49 25
5.	2262 .778	+15.5	— 20 29 45
6.	4279 .409	— 1.2	+ 0 29 46
7.	4083 .122	+ 1.4	— 6 0 0
8.	4062 .937	—29.5	— 13 8 50
9.	4121 .359	—17.2	— 17 30 17
10.	6441 .012	— 1.0	— 3 59 11
11.	5935 .919	—30.1	— 8 28 51
12.	6315″.543	—15.8	— 15°48′36″
13.	2862 .543	—21.3	250 13 0
14.	3212 .144	— 7.2	251 31 41
15.	2222 .527	—26.7	267 51 32
16.	5093 .414	—12.6	56 36 12
17.	6073 .834	— 9.2	70 54 22
18.	5377 .654	—34.6	78 11 16
19.	2143 .330	+ 0.8	90 17 53
20.	1391 .528	— 0.4	97 12 40
21.	3529 .044	— 0.4	93 1 6

Um nun die gemessenen Distanzen mit den hier gegebenen vergleichen zu können, mussten die ersteren noch wegen Refraktion und Aberration korrigiert werden. Die Refraktion wurde nach folgenden Formeln gerechnet, wobei die Distanz mit s, der Positionswinkel mit p, der Stundenwinkel mit τ, die Polhöhe mit φ, der parallaktische Winkel mit q und die Zenithdistanz mit ξ bezeichnet ist

$$\operatorname{tg} q = \operatorname{ctg} n \sec (N + \delta) \qquad \operatorname{tg} \xi = \operatorname{ctg} (N + \delta) \sec q$$

$$\sigma = s + s\varkappa [\operatorname{tg}^2 \xi \cos^2 (p - q) + 1]$$

$$\pi = p - \varkappa [\operatorname{tg}^2 \xi \cos (p - q) \sin (p - q) + \operatorname{tg} \xi \sin q \operatorname{tg} \delta]$$

$$\cos n = \cos \varphi \sin \tau$$
$$\sin n \sin N = \cos \varphi \cos \tau$$
$$\sin n \cos N = \sin \varphi$$

Die geographische Breite von Kasan ist dem Nautical Almanac entnommen; N und log ctg n sind als Funktion des Stundenwinkels in eine Tafel gebracht worden, die im Anhang als Tafel I gegeben ist.

Um die Distanz vom Einfluss der Aberration zu befreien, hat man ihr die Korrektion $-(c\,C + d\,D)$ beizufügen, wobei $c = -s \cos \delta (\operatorname{tg} \varepsilon \operatorname{tg} \delta + \sin \alpha)$ und $d = +s \cos \delta \cos \alpha$ ist; C und D sind die bekannten Besselschen Zahlen, die dem Nautical Almanac entnommen sind. (Daselbst sind die genannten Besselschen Zahlen unter der Bezeichnung A und B angeführt).

Der Einfluss der Temperatur auf die Distanzmessung kann jetzt bestimmt werden. Die Temperatur des Instrumentes wurde durch ein Celsiusthermometer am Objektiv und ein Reaumurthermometer am Okular gemessen. Da aber das Okularthermometer wegen der Nähe des Beobachters mehr störenden Einflüssen unterworfen ist, so habe ich nicht beide Ablesungen zum Mittel vereinigt, sondern dem Okularthermometer geringeres Gewicht beigelegt. Bezeichnet T die Temperatur des Objektivs in Celsiusgraden, t die des Okulars auch in Celsiusgraden, so ist als Temperatur des Heliometers gesetzt worden $T + \frac{1}{4}(t' - T)$. Da nun die

Ablesung des Okularthermometers t in Reaumurgraden gegeben ist, so wird obiger Ausdruck $T + 1/4 (\frac{5}{4} t - T)$, der zur Bestimmung der Instrumentaltemperatur benutzt wurde.

Die gemessenen, sowie die mit allen bisher genannten Korrektionen versehenen Distanzen sind in Tafel II gegeben.

Der Temperaturkoeffizient wurde aus allen oben angeführten Distanzen abgeleitet, mit Ausnahme von 17) und 18), da diese nur zwei-, bez. einmal gemessen und daher für die Behandlung nach der Methode der kleinsten Quadrate nicht brauchbar sind. Zunächst wurde durch einfache Mittelbildung als genäherter Skalenwert $p = 51''.88256$ gefunden und damit die berechneten Distanzen in Skalenteile verwandelt. Nennt man den so gefundenen Wert X, die Korrektion desselben x, die Ausdehnung der Distanz bei 1° C y, die Temperatur t, die gemessene Distanz s, so erhält man Gleichungen von der Form $x + ty = (s - X)$. Der aus diesen Gleichungen folgende Wert von x, die Korrektion der Distanz bei 0°, könnte zur Ableitung des Skalenwertes benutzt werden. Es ist dies aber nicht geschehen, da die Anzahl der Messungen einer einzelnen Distanz zu gering ist, um x auch nur mit einigermassen genügender Sicherheit daraus ableiten zu können. Die zur Berechnung des Skalenwertes erforderlichen Distanzen sind vielmehr mit dem endgiltig sich ergebenden Temperaturkoeffizienten einheitlich auf 0° reduziert worden. Die aus den einzelnen Distanzen folgenden Werte von y und ihre wahrscheinlichen Fehler sind in Einheiten der 4. Dezimale

1. — 12.54 ± 5.73	8. — 18.96 ± 0.66	15. + 6.80 ± 2.05
2. + 2.50 ± 2.44	9. + 0.33 ± 7.49	16. — 2.88 ± 2.85
3. — 3.38 ± 7.70	10. — 13.99 ± 7.22	17. — —
4. — 5.98 ± 6.42	11. — 17.99 ± 3.67	18. — —
5. — 14.13 ± 9.08	12. + 17.91 ± 5.10	19. + 23.11 ± 12.04
6. — 4.84 ± 5.88	13. — 0.36 ± 2.13	20. — 7.34 ± 1.92
7. + 8.98 ± 0.46	14. + 1.55 ± 3.69	21. — 13.27 ± 7.48

Ist x der Temperaturkoeffizient, d. h. die Ausdehnung einer Distanz von 100 Skalenteilen bei 1° C, s die Distanz

in Skalenteilen, so erhalten wir Gleichungen von der Form $\frac{s}{100} x - y = o$. Vereinigt man diese Gleichungen aufgrund der wahrscheinlichen Fehler von y, so folgt als Temperaturfaktor -0.44 ± 2.59 w. F. in Einheiten der 4. Dezimale. Die Kleinheit des gefundenen Wertes war zu erwarten, da bei den neueren aus Metall gefertigten Instrumenten die durch die Ausdehnung des Objektivs hervorgerufene Änderung der Focallänge durch die Ausdehnung des Rohres kompensiert wird.

Zur Ermittelung des Skalenwertes wurden sämtliche Messungen einer Distanz zum Mittel vereinigt, dieses wegen Temperatur korrigiert und durch Hinzufügung der Eigenbewegung auf die Epoche 1902.0 bezogen; in folgender Tabelle bedeutet n die Anzahl der zum Mittel vereinigten Messungen

	Epoche	Temp.	Distanz	Temp. Corr.	E. B.	Distanz 1902.0	n
		°	s	s	s		
1.	1902.4	+ 11.4	45.5746	— 0.0002	+ 0.0001	45.5745	8
2.	1902.4	+ 11.3	36.9136	— 2	— 0	36.9134	8
3.	1902.5	+ 10.2	42.3930	— 2	+ 1	42.3929	7
4.	1902.5	+ 9.2	35.9223	— 1	+ 16	35.9238	7
5.	1903.0	+ 8.0	43.6436	— 2	— 16	43.6418	5
6.	1902.5	+ 9.9	82.4866	— 4	+ 1	82.4863	4
7.	1903.0	+ 10.7	78.7133	— 4	— 1	78.7128	3
8.	1903.0	+ 10.6	78.3240	— 4	+ 30	78.3266	3
9.	1903.0	+ 10.6	79.4463	— 4	+ 17	79.4476	3
10.	1903.0	+ 10.4	124.1462	— 6	+ 1	124.1457	3
11.	1903.0	+ 10.3	114.4056	— 5	+ 30	114.4081	3
12.	1903.0	+ 10.1	121.7478	— 5	+ 16	121.7489	3
13.	1902.7	+ 9.7	55.1713	— 2	+ 15	55.1726	7
14.	1902.5	+ 9.8	61.9201	— 3	+ 4	61.9202	6
15.	1902.4	+ 11.7	42.8303	— 2	+ 11	42.8312	7
16.	1902.7	+ 8.2	98.1831	— 4	+ 9	98.1836	5
17.	1903.0	+ 1.4	117.0986	— 1	+ 9	117.0994	2
18.	1901.8	+ 5.6	103.6534	— 3	— 7	103.6524	1
19.	1902.9	— 5.9	41.3125	+ 1	— 1	41.3125	7
20.	1902.9	— 6.1	26.8128	+ 1	+ 0	26.8129	7
21.	1902.7	— 6.4	68.0236	+ 2	+ 0	68.0238	6

Nimmt man wieder als den genäherten Skalenwert $p = 51''.88256$ und verwandelt damit die in der vorletzten Kolonne der obigen Tabelle stehenden Distanzen in Bogensekunden, so folgt, wenn man mit dp die 100fache Korrektion des angenommenen Skalenwertes bezeichnet, durch Vergleichung dieser aus den Messungen erhaltenen Distanzen mit den früher berechneten

1.	0.46	dp = + 0″.246	8.	0.78	dp = − 0″.848	15.	0.43	dp = − 0″.335
2.	0.37	+ 0 .192	9.	0.79	− 0 .586	16.	0.98	− 0 .602
3.	0.42	− 0 .594	10.	1.24	− 0 .015	17.	1.17	− 1. 583
4.	0.36	+ 0 .451	11.	1.14	− 0 .134	18.	1.04	− 0. 098
5.	0.44	− 1 .470	12.	1.22	− 1 .102	19.	0.41	− 0 .068
6.	0.82	− 0 .191	13.	0.55	− 0 .048	20.	0.27	− 0 .404
7.	0.79	− 0 .700	14.	0.62	− 0 .434	21.	0.68	− 0 .205

Benutzt man als Gewichte die Anzahl der Beobachtungen, aus denen jede Gleichung hergeleitet ist, so folgt daraus $dp = - 0''.413 \pm 0''.113$ w. F. Also ist die Korrektion des Skalenwertes $- 0''.00413 \pm 0''.00113$ w. F. Damit ergibt sich als definitiver Wert eines Skalenteils

$$p = 51''.87843 \pm 0''.00113 \text{ w. F.} \quad \log p\ 1.7149868$$

Es bleibt noch übrig, den Nullpunkt des Positionskreises und seinen Temperaturfaktor zu ermitteln. Benutzt wurden die Positionswinkel der oben genannten 21 Sternpaare. Um wieder die gemessenen mit den berechneten Positionswinkeln vergleichen zu können, mussten erstere wegen Refraktion, Präzession, Aberration und wegen der Aufstellungsfehler des Instruments korrigiert werden.

Die Formel für Refraktion ist bereits bei der entsprechenden Formel für die Distanzen mitgegeben.

Die Reduktion wegen Aberration, Nutation und Präzession auf den Anfang des Jahres ergibt sich als $-(a'A + b'B + c'C + d'D)$, wobei

$$a' = \tfrac{n}{60}.\sec\delta \sin\alpha \qquad c' = \tfrac{1}{60}.\operatorname{tg}\delta \cos\alpha$$

$$b' = \tfrac{1}{60}.\sec\delta \cos\alpha \qquad d' = \tfrac{1}{60}.\operatorname{tg}\delta \sin\alpha$$

Hierbei ist nach dem Nautical Almanac $n = 20''.047$ angenommen und der Faktor $\frac{1}{60}$ eingeführt, um alles in

Bogenminuten zu erhalten. A, B, C, D sind die Bessel'schen Zahlen. Die Reduktion vom Anfang des Jahres bis 1902.0 geschieht dann durch Hinzufügen von a' $(t - 1902)$.

Ferner mussten die Positionswinkelmessungen wegen der Aufstellungsfehler korrigiert werden. Die hierzu nötigen Instrumentalkonstanten sind nach den von Chauvenet, Spherical and practical Astronomie, Vol. II. gegebenen Formeln in Kasan selbst berechnet worden. Nach der in dem genannten Werke gebrauchten Bezeichnungsweise ist

		ξ	η	e	c	i_1
1900 Okt.	24	+ 0′.7	− 0′.4	+ 0′.3	+ 0′.3	− 1′.5
1901 Juni	7	+ 1 .0	− 0 .4	+ 0 .6	− 1 .9	− 3 .8
1902 Febr.	27	+ 1 .6	− 1 .0	+ 0 .3	− 1 .8	− 3 .8
1903 Mai	25	+ 0 .8	− 1 .4	+ 0 .3	− 0 .5	− 2 .4
1904 Juli	11	+ 1 .6	− 1 .3	+ 0 .3	− 0 .7	− 2 .8

Die hier gegebenen Werte zeigen in den verschiedenen Jahren eine ausserordentlich zufriedenstellende Uebereinstimmung, die auf eine sehr stabile Aufstellung des Instruments schliessen lässt. Ich habe daher für die Instrumentalkonstanten den aus obigen Zahlen folgenden Mittelwert einheitlich angenommen. Berechnet man noch daraus die Grössen γ und ϑ aus $\xi = \gamma \cos \vartheta$ und $\eta = \gamma \sin \vartheta$, sowie den Ausdruck $e \cos \varphi$, wo φ die Polhöhe von Kasan ist, so folgt

γ	ϑ	e	c	i_1	$e \cos \varphi$
+ 1′.452	− 38° 17′.4	+ 0′.36	− 0′.92	− 2′.86	+ 0′.202

Dann ist nach Chauvenet die Korrektion der Messung

$$\lambda = \gamma \sin (\tau - \vartheta) \sec \delta \pm i_1 \sec \delta \mp c \operatorname{tg} \delta - e \cos \varphi \operatorname{tg} \delta \sin \tau$$

τ ist der Stundenwinkel, die oberen Vorzeichen gelten für Kreis vor, die unteren für Kreis folgt.

Die gemessenen, sowie die korrigierten Positionswinkel finden sich ebenfalls in Tafel II.

Nennt man die bei der Temperatur t sich durch Vergleichung von Messung und Rechnung ergebende Korrektion

des Positionskreises n, die Korrektion bei 0^0 y, die einer Temperaturänderung von + 1^0 C entsprechende Zunahme des Wertes y sei x, so erhält man Gleichungen von der Form $y + tx - n = 0$. Bezeichnet man mit s die Distanz, mit α die Anzahl der zum Mittel vereinigten Positionswinkelmessungen, so habe ich als Gewicht einer Gleichung den Wert $\frac{s\,\alpha}{100}$ genommen, da die Genauigkeit sowohl von der Anzahl der Messungen, als auch von der Grösse der Distanz abhängig ist.

In der folgenden Tabelle sind die erhaltenen Zahlen zusammengestellt, wobei von den Positionswinkeln unter Fortlassung der Grade nur die Minuten und für die Distanzen abgekürzte Werte gegeben sind

No.	s/100	α	t	Positions-Winkel Beob.	Rechn.	n
1.	0.46	8	+ 11.4	38.30	33.38	— 4.92
2.	0.37	8	+ 11.3	41.74	38.75	— 2.99
3.	0.42	7	+ 10.2	32.05	25.63	— 6.42
4.	0.36	7	+ 9.2	14.13	10.58	— 3.55
5.	0.44	5	+ 8.0	35.74	30.25	— 5.49
6.	0.82	4	+ 9.9	34.86	29.77	— 5.09
7.	0.79	3	+ 10.7	62.58	60.00	— 2.58
8.	0.78	3	+ 10.6	57.30	51.17	— 6.13
9.	0.79	3	+ 10.6	33.88	29.72	— 4.16
10.	1.24	3	+ 10.4	66.60	60.82	— 5.78
11.	1.14	3	+ 10.3	36.39	31.15	— 5.24
12.	1.22	3	+ 10.1	17.83	11.40	— 6.43
13.	0.55	7	+ 9.7	11.18	13.00	+ 1.82
14.	0.62	6	+ 9.8	31.33	31.68	+ 0.35
15.	0.43	7	+ 11.7	50.16	51.63	+ 1.47
16.	0.98	5	+ 8.2	36.53	36.20	— 0.33
17.	1.17	2	+ 1.4	56.66	54.37	— 2.29
18.	1.04	1	+ 5.6	13.83	11.27	— 2.56
19.	0.41	7	— 5.9	14.08	17.88	+ 3.80
20.	0.27	7	— 6.1	11.72	12.67	+ 0.95
21.	0.68	6	— 6.4	57.07	61.10	+ 4.03

Vereinigt man die sich hieraus ergebenden Gleichungen aufgrund der oben genannten Gewichte, so erhält man die Normalgleichungen (in Logarithmen)

$$[1.\ 80044]\ y + [2.\ 67002]\ x + [2.\ 15999] = 0$$
$$[2.\ 67002]\ y + [3.\ 74827]\ x + [3.\ 27764] = 0$$

Hieraus ergibt sich $x = -\ 0'.386 \pm 0'.105$ m. F.
$y = +\ 0'.570 \pm 0'.987$ m. F.

Als definitiver Wert für die Korrektion des Positionskreises bei t^0 C ist also anzunehmen $+\ 0'.57 - 0'.386$ t.

III. Teil.

Die Beobachtungen von Mösting A, die zur Herleitung der selenozentrischen Länge und Breite des Kraters dienen sollen, sind so ausgeführt, dass im allgemeinen die Distanz des Kraters von 7 Randpunkten der Mondscheibe nebst den zugehörigen Positionswinkeln gemessen ist. Ich habe jedoch zur Berechnung auch diejenigen Beobachtungen herangezogen, die mindestens 5 brauchbare Randanschlüsse lieferten. Abgesehen davon, dass an zwei Abenden, 1904 Januar 29 und März 6, nur 6 Randpunkte überhaupt gemessen waren, mussten auch von den anderen Beobachtungsabenden einige Messungen gestrichen werden, die aus folgender Zusammenstellung ersichtlich sind

1899	Febr.	22	ist	von	8	Beob.	die	7.	gestrichen
1901	Mai	1	„	„	7	„	„	7.	„
1901	Juni	28	„	„	7	„	„	2.	„
1902	Nov.	9	„	„	7	„	„	1.	„
1903	März	7	„	„	7	„	„	1. und 7.	„
1903	März	7	„	„	7	„	„	5.	„
1903	Apr.	13	„	„	7	„	„	2.	„
1903	Mai	9	„	„	7	„	„	7.	„

In den Fällen, wo sich mit Sicherheit ein Schreibfehler nachweisen liess, wurde derselbe wie folgt verbessert

1898	Juni	1	7.	Messung	Skale II	lies	84	statt	81
1899	März	23	1.	„	Mikrom.	„	0.803	„	1.803
„	„	„	„	„	„	„	0.795	„	1.795
1901	Apr.	30	4.	„	Skale II	„	86	„	85
„	„	„	„	„	Posit.-Winkel	„	295° 23′.5	„	395° 23′.5
1902	Apr.	18	4.	„	Skale I	„	85	„	84
1902	Nov.	9	7.	„	„	„	83	„	82
1904	März	6	2.	„	Posit.-Winkel	„	339° 30′.0	„	239° 30′.0
„	„	„	3.	„	„	„	310° 0′.0	„	210° 0′.0
1904	März	25	3.	„	„	„	124° 22′.5	„	134° 22′.5
1904	Apr.	26	6.	„	„	„	167° 43′.0	„	164° 43′.0
„	„	„	7.	„	Skale II	„	1.978	„	0.978
„	„	„	7.	„	„	„	1.934	„	0.934
„	„	„	1.	„	Posit.-Winkel	„	193° 2′.5	„	93° 2′.5
„	„	„	2.	„	„	„	347° 10′.0	„	347° 0′.0

Die Originalmessungen habe ich ihres bedeutenden Umfanges wegen hier nicht beigegeben. Es blieben so 45 Beobachtungsabende übrig, die in Tafel III zusammengestellt sind. In dieser Tafel ist mit ϑ die Sternzeit, mit α_0 und δ_0 die dem Nautical Almanac entnommene geozentrische Rektaszension und Deklination des Mondes, mit p_0 seine Äquatoreal-Horizontal-Parallaxe, mit m seine mittlere Länge und mit n die Länge seines aufsteigenden Knotens bezeichnet. Die letzteren Werte sind dem Berliner Jahrbuch entnommen. Tafel IV enthält die entsprechenden mit Parallaxe behafteten Werte α, δ und p für den Beobachtungsort Kasan.

Nach der von Bessel im 16. Bande der Astronomischen Nachrichten gegebenen Methode wurde aus den mit allen obigen Korrektionen verbesserten Distanzen und Positionswinkeln der für jeden Beobachtungsabend giltige Mondhalbmesser h′, sowie die rechtwinkeligen Koordinaten x′ und y′ des Kraters gegen die Mitte der Mondscheibe ermittelt. Ferner wurden gleichzeitig die Gewichte dieser Grössen, sowie die Differentialquotienten $\frac{dx}{dh}$ und $\frac{dy}{dh}$ ermittelt, weil für die weitere Berechnung nicht der hier gefundene Halbmesser h′, sondern ein einheitlicher h_0 benutzt werden

sollte. h_0 wurde unter Berücksichtigung der jedesmaligen Parallaxe für jeden Abend berechnet und in Skalenteile verwandelt; für diese Berechnung wurde nach Prof. Franz der Logarithmus des Verhältnisses von Mond- und Erdradius gleich 9.4353428 — 10 angesetzt. Die so erhaltenen Halbmesser h_0 zeigten sich im Mittel um 0.0030 Skalenteile grösser; sie wurden daher überall um diesen Betrag verkleinert und die dem so gefundenen definitiven Halbmesser h entsprechenden Werte von x und y abgeleitet. Die genannten Grössen finden sich in Tafel V.

Setzt man $x = \sigma \cos \pi$, $y = \sigma \sin \pi$, so berechnen sich die selenozentrischen Längen und Breiten auf folgende Weise. In dem Dreieck Beobachtungsort, Krater, Mondzentrum ist der Winkel am Beobachtungsort σ, der am Krater sei $180^0 - S$, der am Mondzentrum K, dann ist $\sin S = \frac{\sin \sigma}{\sin h}$, $K = S - \sigma$ und man hat zunächst zur Bestimmung der selenozentrischen Rektaszension a und Deklination d,

$$\begin{aligned} \sin d &= -\sin \delta \cos K + \cos \delta \sin K \cos \pi \\ \cos d \cos (a - \alpha) &= -\cos \delta \cos K - \sin \delta \sin K \cos \pi \\ \cos d \sin (a - \alpha) &= \sin K \sin \pi \end{aligned}$$

a und d sind dann in Länge l und Breite b zu verwandeln durch die bekannten Formeln

$$\begin{aligned} \sin b &= \cos \varepsilon \sin d - \sin \varepsilon \cos d \sin a \\ \cos b \sin l &= \sin \varepsilon \sin d + \cos \varepsilon \cos d \sin a \\ \cos b \cos l &= \cos d \cos a \end{aligned}$$

Die sich so ergebenden Längen und Breiten l und b des Kraters müssen nun mit den Längen und Breiten l_1 und b_1 verglichen werden, die man aufgrund der Cassinischen Gesetze erhält; die Gleichungen zur Berechnung von l_1 und b_1 sind bereits am Ende des ersten Teiles dieser Abhandlung als Gleichungen 21) gegeben. Als Ausgangswerte für λ, β und I sind nach Prof. Franz angenommen

$$\begin{aligned} \lambda &= -\ 5^0\ 10'\ 19''.0 \\ \beta &= -\ 3^0\ 11'\ 24''.0 \\ I &= \quad 1^0\ 31'\ 22''.1 \end{aligned}$$

Es bleibt nun noch übrig, die Berechnung der Koeffizienten für die Bedingungsgleichungen auszuführen. In ihnen treten die Librationsglieder w, w″ und u auf, die ihrerseits von g, g′, ω, ω′ abhängen. Um die letzteren Winkel zu berechnen, wurde nach Hansen für 1900 Januar 1.0 angenommen

$$\begin{aligned} g &= 309^0.1833 + 4771^0.9884 . t \\ g' &= 359^0.4655 + 359^0.9906 . t \\ \omega &= 75^0.3111 + 60^0.0320 . t \\ \omega' &= 22^0.0894 + 19^0.3586 . t \end{aligned}$$

wobei der Faktor von t die jährliche Aenderung des Winkels bedeutet, t also in julianischen Jahren zu rechnen ist.

Bei der Bildung der Differenzen $l_1 - l$ zeigte sich deutlich ein Einfluss der Phase. Der Mond wurde nämlich mit wenigen Ausnahmen immer kurz nach dem ersten Viertel beobachtet. Da die Sonne in diesem Falle den inneren östlichen Hang des Kraters beleuchtet, so ist leicht erklärlich, dass fast alle Längengleichungen eine zu grosse negative Länge für Mösting A ergeben. Diese Erklärung bestätigt sich dadurch, dass an den wenigen Tagen, wo nach Vollmond beobachtet wurde, wo also die Sonne den westlichen Abhang des Kraters beschien, sich die Länge des Kraters zu weit westlich ergibt. Wahrscheinlich auch auf eine solche exzentrische Einstellung des Kraters ist die Unbrauchbarkeit des 20. Beobachtungsabends zu schieben; die sich ergebende Längendifferenz war so bedeutend, dass die entsprechende Längengleichung bei der Bildung der Normalgleichungen nicht berücksichtigt werden konnte, während die zugehörige Breitengleichung beibehalten wurde. Es mag hier nachgeholt werden, dass bereits früher der 22. Beobachtungsabend gänzlich gestrichen werden musste, da die einzelnen Distanzmessungen in keiner Weise in Uebereinstimmung zu bringen waren. Die Werte von l l_1 b und b_1 sind in Tafel VI zusammengestellt; die Koeffizienten der Bestimmungsgleichungen in Länge finden sich in Tafel VII, die für Breite in Tafel VIII, wobei als Winkeleinheit 1000″ angesetzt sind.

Was nun die Gewichtsbestimmung der einzelnen Gleichungen angeht, so kann man infolge der Messungsmethode von vornherein annehmen, dass den Längengleichungen in ihrer Gesamtheit ein andres Gewicht zukommt als den Breitengleichungen, weshalb für beide zunächst getrennt die Normalgleichungen aufgestellt sind. Als Gewicht der einzelnen Gleichungen aber könnte man genähert das in Tafel V angegebene Gewicht der x — bez. der y-Koordinate ansetzen, vorausgesetzt, dass der mittlere Fehler einer Messung für jeden Beobachtungsabend derselbe wäre. Dies ist nun aber nicht der Fall; dieser mittlere Fehler, der ganz überwiegend von den Unebenheiten des Mondrandes abhängt, also kaum mehr zufällig werden kann, liegt innerhalb so weiter Grenzen, dass dagegen die Schwankungen der oben genannten Gewichte nicht in Betracht kommen; auf diese Weise rechtfertigt sich das auch schon von Prof. Franz angewendete Verfahren, alle Längen-, sowie alle Breitengleichungen unter sich als gleichwertig anzusetzen.

Man erhält auf diese Weise folgende Normalgleichungen in Länge

$$+42.8501\,d\lambda - 0.5080\,d\beta + 1.2018\,dJ - 7.1935\,df + 9.0381 = 0$$
$$+ 0.0145\,d\beta - 0.0327\,dJ + 0.1121\,df - 0.0914 = 0$$
$$+ 0.0774\,dJ - 0.2622\,df + 0.2240 = 0$$
$$+2.5349\,df - 1.3845 = 0$$

und in Breite

$$+ 0.0146\,d\lambda + 0.4991\,d\beta - 0.1047\,dJ + 0.0480\,df - 0.0444 = 0$$
$$+43.8481\,d\beta - 10.2515\,dJ + 3.2072\,df - 4.2367 = 0$$
$$+23.1577\,dJ - 0.5556\,df + 0.2783 = 0$$
$$+0.6601\,df - 0.6952 = 0$$

Gibt man den Längengleichungen das Gewicht 1, so würde man das Gewicht der Breitengleichungen aus dem Verhältnis der Summen der übrig bleibenden Fehlerquadrate ermitteln können. Da diese aber vorläufig noch unbekannt sind, so setzen wir in erster Näherung dafür nach der

Bezeichnungsweise von Tafel VII und VIII den Wert $\frac{[n\,n]}{[n'\,n']} = \frac{3.3103}{2.5749} = 1.2856$. Multipliziert man die Breitengleichungen mit dieser Zahl und addiert sie zu den Längengleichungen, so ergeben sich die folgenden Normalgleichungen

$$+42.8689\,d\lambda + 0.1337\,d\beta + 1.0672\,dJ - 7.1318\,df + 8.9810 = 0$$
$$+56.3857\,d\beta - 13.2118\,dJ + 4.2354\,df - 5.5382 = 0$$
$$+29.8495\,dJ - 0.9765\,df + 0.5818 = 0$$
$$+3.3835\,df - 2.2783 = 0$$

Die Auflösung dieser Gleichungen ergibt

$d\lambda =$	$-179''.0$	Gewicht 26.18
$d\beta =$	$+92''.3$	„ 43.52
$dJ =$	$+34''.0$	„ 26.70
$df =$	$+0.19045$	„ 1.87

und die Kontrollgrösse $[n\,n_4] = 4.0881$.

Die Darstellung durch diese Lösungen ist folgende

Summe der positiven	v $2931''$	$3815''$	
„ „ negativen	v $2951''$	in Länge 3835	in Breite
	$[vv]$ 1.5051	2.0090	

$[vv]$ ist in Millionen Sekunden gegeben. Als Gesamtsumme der Fehlerquadrate ergibt sich

$$1.5051 + 2.0090 \times 1.2856 = 4.0881,$$

wodurch die Richtigkeit der Auflösung garantiert ist.

Das Gewicht der Breitengleichungen kann nunmehr für eine zweite Näherung genauer bestimmt werden. Obwohl es der Natur der Sache nach grösser als das der Längengleichungen sein sollte, ergibt es sich doch nach obigen Summen der Fehlerquadrate zu $\frac{1.5051}{2.0090} = 0.7492$.

Damit die Breitengleichungen multipliziert und zu den Längengleichungen addiert, ergibt folgende Normalgleichungen für die zweite Näherung

$$+42.8610\,d\lambda - 0.1341\,d\beta + 1.1234\,dJ - 7.1575\,df + 9.0048 = 0$$
$$+32.8645\,d\beta - 7.7129\,dJ + 2.5149\,df - 3.2655 = 0$$
$$+17.4270\,dJ - 0.6784\,df + 0.4325 = 0$$
$$+3.0294\,df - 1.9053 = 0$$

Hieraus folgt

$d\lambda = -$	195″.2	Gewicht	24.80
$d\beta = +$	99″.8	„	26.61
$dJ = +$	35″.6	„	15.58
$df = +$	0.09285	„	1,65

und die Kontrollgrösse $[n\,n_4] = 2.9942$.

Die übrig bleibenden Fehler sind in Tafel VII und VIII den Bedingungsgleichungen hinzugefügt und zwar ist

Summe der positiven v	2924″	3867″	
„ „ negativen v	2926″	in Länge 3862″	in Breite
$[vv]$	1.4563	2.0710	

Die Gesamtsumme der Fehlerquadrate ist $1.4563 + 2.0710 \times 0.7492 = 3.0079$, die mit $[n\,n_4]$ genau genug übereinstimmt.

Das Verhältnis der Gewichte der Längen- und Breitengleichungen ist nun $\frac{1.4563}{2.0710} = 0.7032$. Rechnet man damit eine dritte Näherung, so ergibt sich

$d\lambda = -$	196″.8	Gewicht	24.68
$d\beta = +$	100″.5	„	25.10
$dJ = +$	35″.7	„	14.63
$df = +$	0.0832	„	1.62

Die Darstellung der Beobachtungen wird

Summe der positiven v	2938″	3857″	
„ „ negativen v	2917″	in Länge 3885	in Breite
$[vv]$	1.4357	2.0829	

Die Gesamtsumme der Fehlerquadrate ist

$$1.4357 + 2.0829 \times 0.7032 = 2.9004,$$

während die Kontrollgrösse $[n\,n_4]$ 2.8987 ergab.

Die 3. Näherung hat also die Resultate nicht wesentlich geändert. Die mittleren Fehler der gefundenen Werte ergeben sich folgendermassen. Die Summe der Fehlerquadrate ist 2.9004 Millionen Sekunden. Jede Längengleichung soll das Gewicht 1 erhalten, das Gewichtsverhältnis aller Längen- zu allen Breitengleichungen ist 1 : 0,7032. Da die Anzahl der Längengleichungen 43 ist, so repräsentieren die Breitengleichungen nur 30.24 Längengleichungen. Man hat also als Anzahl der Gleichungen vom Gewichte 1 für das letzte System der Normalgleichungen 73.24 zu setzen. Folglich ist der mittlere Fehler einer Beobachtung vom Gewichte 1

$$\varepsilon = \pm \sqrt{\frac{2.9004}{73.24-4}} = \pm 0.2047 \text{ oder } \pm 204''.7.$$

Damit erhält man also als definitive Resultate der vorliegenden Arbeit

λ	$-5^0\ 13'\ 35''.8$	$\pm\ 41''.2$	mittl. Fehler
β	$-3\ \ 9\ \ 43\ .5$	$\pm\ 40''.9$	„
J	$1\ 31\ \ 57\ .8$	$\pm\ 53\ .5$	„
f	0.5710	$\pm\ 0\ .1608$	„

Die Hauptglieder der physischen Libration werden damit

$$\begin{aligned} u &= +1'.8 \sin g' - 0'.3 \sin (m - \pi) - 0'.6 \sin 2\,\omega \\ w \sin J &= -1'.7 \sin (m - \pi) \\ w'' &= -1'.7 \cos (m - \pi) \end{aligned}$$

Zum Schluss möchte ich noch einmal darauf aufmerksam machen, dass die im Vergleich mit anderen Messungen bedeutend zu weit östliche Lage des Kraters wahrscheinlich eine Folge davon ist, dass der Krater fast immer gleich nach dem ersten Viertel beobachtet wurde (vergl. S. 35). Ferner ergibt sich, dass der Wert von f dem von Prof. Franz gefundenen sehr nahe liegt, jedenfalls aber selbst mit Berücksichtigung der durch den mittleren Fehler bedingten möglichen Änderungen den von Hayn gefundenen Wert 0.85 nicht erreicht.

Tafel I.

m	0h N	log ctg n	1h N	log ctg n	2h N	log ctg n	3h N	log ctg n	4h N	log ctg n	5h N	log ctg n	m
	° ′		° ′		° ′		° ′		° ′		° ′		
0	34 12.6	— ∞	33 17.5	9.1676	30 29.3	9.4668	25 40.5	9.6368	18 46.4	9.7462	9 58.8	9.8107	60
1	12.6	7 3897	15.7	9.1748	25 5	4703	34.7	6390	38.5	7476	49.2	8114	59
2	12.5	7.6908	13.8	9.1818	21.6	4738	28.8	6412	30.5	7490	39 6	8121	58
3	12.4	7.8668	11.9	9.1887	17 8	4773	22.8	6434	22.5	7504	30.0	8128	57
4	12.3	7.9918	9.9	9.1955	13.9	4808	16.8	6456	14.5	7518	20 4	8135	56
5	12.2	8.0887	7.9	9.2022	10.0	4842	10 8	6478	18 6.5	7532	10 8	8142	55
6	12.0	8.1679	5 9	9.2088	6 0	4876	25 4.7	6500	17 58.4	7546	9 1.1	8148	54
7	11.8	8.2348	3.8	9.2104	2.0	4910	24 58.6	6521	50.3	7559	8 51.4	8155	53
8	11 6	8.2928	33 1.8	9.2218	29 57 9	4943	52 5	6543	42.1	7573	41.7	8161	52
9	11.4	8.3440	32 59.7	9.2281	53.8	4976	46.4	6565	33.9	7587	32.0	8167	51
10	34 11.1	8.3897	32 57.6	9.2344	29 49.7	9.5009	24 40.2	9.6586	17 25.7	9.7600	8 22.2	9.8173	50
11	34 10.8	8 4275	32 55.4	9.2405	29 45.5	9.5041	24 34 0	9.6606	17 17.4	9.7613	8 12.5	9.8179	49
12	10.4	8.4689	53 2	2466	41.4	5074	27.7	6626	9.2	7625	8 2.7	8185	48
13	10.0	8.5037	51.0	2526	37.2	5106	21.4	6646	17 0.9	7637	7 52 9	8191	47
14	9.6	8 5359	48.7	2585	33.0	5138	15.0	6667	16 52.6	7650	43.1	8197	46
15	9.1	8.5659	46.4	2643	28.7	5170	8.7	6687	44.2	7663	33.3	8202	45
16	8.7	8.5938	44.0	2700	24.4	5201	24 2.3	6708	35.7	7676	23.5	8208	44
17	8.2	8.6201	41.6	2756	20.1	5232	23 55.9	6728	27.2	7689	13.7	8214	43
18	7.7	8 6449	39.2	2812	15.7	5263	49.4	6748	18.7	7701	7 3.8	8219	42
19	7.1	8.6684	36.7	2867	11.3	5293	42.9	6768	10.3	7713	6 53.9	8224	41
20	34 6.5	8.6907	32 34 3	9.2922	29 6.8	9.5324	23 36.3	9.6787	16 1.8	9.7725	6 44.0	9.8228	40
21	34 5 9	8 7119	32 31 9	9.2976	29 2.3	9.5354	23 29.7	9.6806	15 53.3	9.7737	6 34.1	9.8232	39
22	5.2	7321	29.4	3029	28 57.8	5384	23.1	6825	44.7	7748	24.1	8237	38
23	4.5	7515	26.8	3081	53.2	5413	16.4	6845	36.1	7760	14 2	8241	37
24	3.8	7699	24.2	3132	48.7	5442	9.8	6864	27.4	7771	6 4 2	8246	36
25	3 1	7877	21 6	3183	44.1	5471	23 3.1	6883	18.7	8782	5 54.2	8251	35
26	2 3	8047	18 9	3233	39.5	5500	22 56.4	6902	10.0	7793	44 2	8255	34
27	1 5	8211	16.2	3283	34 8	5529	49.6	6920	13 1.3	7805	34.3	8259	33
28	34 0.6	8368	13.5	3333	30.0	5558	42.7	6939	14 52.6	7816	24.3	8262	32
29	33 59.7	8521	10.8	3382	25.2	5587	35.8	6958	43.9	7827	14.3	8265	31
30	33 58.8	8.8668	32 8 0	9.3431	28 20.4	9.5615	22 28.9	9.6976	14 35.1	9.7838	5 4.3	9.8269	30

31	33	57.9	8.8811	32	5.2	9.3478	28	15.5	9.5643	22	22 0	9.6994	14	26.2	9.7848	4	54.2	9.8273	29
32		57.0	8948	32	2.3	3525		10.7	5670		15.1	7012		17.3	7859		44.2	8277	28
33		56.0	9082	31	59.4	3572		5.8	5697		8.1	7030	14	8.4	7870		34.2	8281	27
34		55.0	9212		56.5	3618	28	0.9	5724	22	1.1	7047	13	59.5	7880		24.1	8284	26
35		53.9	9338		53.5	3664	27	55.9	5751	21	54.0	7065		50.5	7890		14.0	8287	25
36		52.8	9460		50.6	3709		50.9	5778		46.9	7082		41.6	7900	4	3.9	8289	24
37		51 7	9570		47.6	3754		45.9	5805		39 8	7099		32.6	7910	3	53.8	8292	23
38		50.5	9695		44.6	3798		40.8	5831		32.6	7116		23.6	7920		43 7	8295	22
39		49.4	9807		41.5	3842		35.7	5858		25.4	7133		14.5	7930		33.6	8297	21
40	33	48 2	8.9917	31	38.4	9.3885	27	30.6	9.5884	21	18.2	9.7150	13	5.4	9.7940	3	23.5	9.8300	20
41	33	47.0	9.0024	31	35.3	0.3928	27	25.5	9.5910	21	11.0	9.7167	12	56.3	9.7950	3	13.4	9 8302	19
42		45.7	0129		32 1	3970		20.3	5935	21	3.7	7184		47.1	7959	3	3.2	8305	18
43		44.4	0231		28.9	4012		15.0	5961	20	56.3	7200		38.0	7968	2	53.1	8307	17
44		43.0	0330		25.6	4054		9.7	5986		48.9	7217		28.8	7977		42.9	8309	16
45		41.6	0427		22.3	4095	27	4.4	6011		41.5	7234		19.6	7986		32.7	8312	15
46		40.2	0523		19.0	4136	26	59.0	6036		34 0	7250		10.4	7995		22.6	8313	14
47		38.8	0616		15.6	4176		53.6	6061		26.6	7266	12	1.1	8003		12.4	8314	13
48		37.4	0708		12.3	4216		48.2	6086		19.1	7281	11	51.9	8012	2	2.3	8315	12
49		36.0	0798		8.9	4256		42.8	6111		11.6	7296		42.6	8021	1	52.2	8316	11
50	33	34.6	9.0886	31	5 5	9.4295	26	37.3	9.6135	20	4.0	9.7312	11	33.3	9.8029	1	42.0	9.8318	10
51	33	32 9	9.0971	31	2.0	9.4334	26	31.8	9.6159	19	56.4	9.7327	11	23.9	9.8038	1	31.8	9.8319	9
52		31.3	1055	30	58.5	4372		26.2	6182		48.7	7343		14.5	8046		21.6	8320	8
53		29.7	1137		55 0	4410		20.6	6205		41.0	7359	11	5.1	8054		11.4	8321	7
54		28.0	1218		51.4	4448		14.9	6229		33.3	7374	10	55.7	8062	1	1.2	8321	6
55		26.3	1298		47.8	4485		9.3	6252		25.5	7389		46.2	8070	0	51.0	8322	5
56		24.6	1376		44.2	4523	26	3.6	6272		17.8	7404		36.8	8078		40.8	8323	4
57		22.9	1453		40 5	4560	25	57.9	6300		10.0	7419		27.4	8086		30.6	8323	3
58		21.1	1528		36.8	4597		52.1	6323	17	2.2	7433		17.9	8093		20.4	8323	2
59		19.3	1603		33.1	4633		46.3	6346	18	54.3	7448	10	8.4	8100		10.2	8324	1
60	33	17.5	9.1676	30	29.3	9.4668	25	40.5	9.6368	18	46.4	9.7462	9	58.8	9.8107	0	0.0	9.8324	0
		11^h			10^h			9^h			8^h			7^h			6^h		

Tafel II.

No.	Sternpaar	Datum		gemess. Distanz	korrig. Distanz	gemess. Positionswinkel	korrig. Positionswinkel
				s		° ′	′
1.	ab Cygni	1901 Mai	10	45.5471	.5713	179 38.88	40.02
			11	5292	5823	40.38	41.93
			13	5401	5791	39.12	40.41
		Juni	11	5402	5474	34.00	35.51
			24	5630	5785	36.38	37.98
		1903 Mai	26	5469	5684	28.88	30.60
		1904 Mai	9	5454	5854	38.00	40.29
			10	5394	5840	37.25	39.64
2.	bc Cygni	1901 Mai	10	36 8914	.9089	1 40.50	41.64
			11	8724	9099	40.75	42.22
			13	8872	9130	41.88	43.06
		Juni	11	9015	9156	40.38	42.07
			24	9067	9186	38 38	40.16
		1903 Mai	26	8909	9134	38.38	40.11
		1904 Mai	9	8859	9213	43 62	45.85
			10	8699	9078	36.62	38 79
3.	cd Cygni	1901 Mai	10	42.3806	.4001	167 30.88	32.00
			11	3578	4023	30.62	31.50
			13	3646	3944	29.75	30.66
		Juni	24	3861	3969	29.00	30.96
		1903 Mai	26	3571	3724	32.88	34.61
		1904 Mai	9	3484	3791	29.88	31.82
			10	3707	4056	30.88	32 80
4.	de Cygni	1901 Mai	9	35.9005	.9294	165 77.75	78.59
			10	9012	9201	72.50	73.65
			11	8975	9356	76.25	77.06
		Juni	24	9065	9184	70.25	72.41
		1903 Mai	26	8866	9090	57.88	59.77
		1904 Mai	9	8757	9103	79.12	81.03
			10	8949	9334	74.50	76.37
5.	ef Cygni	1901 Mai	10	43.6124	.6354	159 33.25	34.39
			11	6019	6469	34.38	34.91
		1903 Mai	26	6147	6318	34.12	36.07
		1904 Mai	9	6281	6594	34.38	36.22
			10	6077	6443	35.38	37.09

No.	Sternpaar	Datum	gemess. Distanz	korrig. Distanz	gemess. Positionswinkel	korrig. Positionswinkel
			s	s	° ′	′
6.	ac Cygni	1901 Mai 10	82.4512	.4815	0 32.38	33.67
		11	4359	4991	31.38	32.63
		1903 Mai 29	4572	4846	30.88	32.79
		1904 Mai 10	4355	4810	38.25	40.37
7.	bd Cygni	1901 Mai 11	78.6440	.7076	173 63.62	64.66
		1903 Mai 29	6925	7196	57.00	59.00
		1904 Mai 10	6662	7128	62.00	64.09
8.	ce Cygni	1901 Mai 11	78.2785	.3349	166 57.88	58.74
		1903 Mai 29	2919	3106	54.25	56.51
		1904 Mai 10	2881	3264	54.62	56.64
9.	df Cygni	1901 Mai 11	79.3920	.4512	162 34.00	34.77
		1903 Mai 29	4287	4499	32.62	35.06
		1904 Mai 10	3965	4379	29.75	31.80
10.	ad Cygni	1901 Mai 11	124.0699	.1501	176 4.88	5.98
		1903 Juni 1	0937	1335	1.25	3.02
		1904 Mai 10	1030	1549	8.62	10.81
11.	be Cygni	1901 Mai 11	114.3445	.4145	171 36.62	37.62
		1903 Juni 1	3516	3923	30.00	31.82
		1904 Mai 10	3604	4101	37.50	39.72
12.	cf Cygni	1901 Mai 11	121.6576	.7397	164 16.62	17.50
		1903 Juni 1	7170	7612	14.12	16.05
		1904 Mai 10	6836	7426	17.75	19.95
13.	fg Persei	1901 Aug. 3	55.1382	.1640	70 12.12	13 17
		Aug. 6	1482	1663	10.12	8.62
		Aug. 21	1642	1815	10.25	9.35
		Okt. 11	1610	1809	14.12	14.96
		1903 Sept. 17	1483	1648	11.25	11.43
		1904 März 21	1237	1678	8.62	8.29
		23	1421	1739	13.12	12.46
14.	gh Persei	1901 Aug. 3	61.8709	.9014	71 32.25	31 33
		6	9014	9322	32.62	31.27
		21	8932	9291	30.88	30.22
		Okt. 11	8747	9096	32.12	32.15
		1904 März 21	8521	9180	31 12	31.64
		23	8686	9301	31.25	31.39

No.	Sternpaar	Datum	gemess. Distanz	korrig. Distanz	gemess. Positionswinkel	korrig. Positionswinkel
			s		° ′	′
15.	hi Persei	1901 Aug. 3	42.8049	.8378	87 52 00	50.87
		6	7899	8260	51.75	49 83
		9	8140	8523	50.75	48.63
		21	7970	8301	49.62	48.91
		Okt. 11	8002	8254	51.62	52.79
		1904 März 21	7842	8200	44 88	45.95
		23	7854	8207	53.38	54.13
16.	ce Persei	1901 Aug. 9	98.1509	.1728	56 37.38	37.50
		21	1662	1929	36 12	36.45
		Okt. 11	1329	1732	37.38	38.97
		1904 März 21	0662	1921	34.75	34.72
		23	0710	1843	35.25	35.03
17.	fh Persei	1901 Okt. 11	117.0310	.0773	70 54.75	56.55
		1904 März 23	116.9609	1198	55.50	56.78
18.	gi Persei	1901 Okt. 11	103.6091	.6534	78 11.88	13.83
19.	17—η Plejad.	1901 Okt. 14	41.2911	.3079	90 16.75	12.02
		18	2870	3095	13.88	8.76
		1903 März 13	2805	2902	15.38	15.03
		14	2920	3058	12.12	11.99
		16	2912	3131	14.00	14.87
		18	2924	3122	18.00	18.52
		1904 März 15	3045	3491	13.88	17.39
20.	η—27 Plejad.	1901 Okt. 14	26.7870	.8044	97 8.38	3.87
		18	7961	8156	13.38	8.57
		1903 März 13	8014	8144	9.38	9.13
		14	7990	8136	20.38	20.38
		16	7941	8135	9.88	10.90
		18	7966	8148	10.88	11.54
		1904 März 15	7830	8134	13.62	17.36
21.	17—27 Plejad.	1901 Okt. 14	67.9887	.0198	92 60.00	55.74
		18	9793	0173	59.38	54.91
		1903 März 13	9897	0171	56.25	56.29
		14	9864	0192	55.25	55.55
		16	9639	0217	55.88	58.14
		18	9994	0463	60.50	61.79

Tafel III.

No.	Datum	ϑ	α_0	δ_0	log sin p_0	m	n
		h m s	h m s	° ′ ″		° ′ ″	° ′ ″
1.	1898 Mai 31	14 54 22.1	12 58 32.71	— 11 52 38.9	8.23 228	205 9 41.2	289 49 32.0
2.	Juni 1	14 44 37.6	13 52 29.18	— 16 56 15.2	23 899	218 12 46.8	289 46 23.2
3.	1899 Febr. 22	10 11 31.4	8 23 24.61	+ 16 59 53.3	19 658	124 12 46.4	275 40 58.8
4.	März 23	12 55 43.9	9 43 0 54	+ 9 37 19.0	19 985	146 47 0.7	274 8 43.8
5.	1900 Mai 8	12 34 2.4	10 44 29.68	+ 2 20 21.0	19 763	160 26 18.7	252 23 19.7
6.	1901 Apr. 29	11 20 47.6	11 34 8.10	— 2 3 46.6	19 869	170 54 0.1	233 32 18.8
7.	30	11 25 34.6	12 18 56.18	— 6 10 35.0	19 689	184 5 2.8	233 29 8.1
8.	Mai 1	13 59 42.7	13 8 57.05	— 10 24 54.4	19 594	198 37 51.7	233 25 37.6
9.	Juni 28	17 8 55.9	15 53 12.46	— 19 29 9.7	20 087	242 30 7.4	230 21 25.9
10.	Juli 30	18 52 25.3	19 59 57.15	— 15 47 26.6	22 047	303 56 33.5	228 39 50.2
11.	Aug. 2	21 11 40.7	22 43 27.94	— 3 4 36.6	23 247	344 37 54.8	228 29 59.9
12.	Okt. 21	22 51 7.0	20 41 13.02	— 12 51 8.6	21 800	316 46 22.5	224 16 17.7
13.	1902 Apr. 18	13 47 22.4	10 50 35.94	+ 2 53 33.4	21 463	157 5 23.0	214 47 8.9
14.	20	12 33 55.0	12 23 38.72	— 5 10 7.8	20 737	182 41 49.9	214 40 58.4
15.	Mai 16	13 46 11.4	11 24 0.30	+ 0 0 2.8	21 229	165 0 27.4	213 18 25.9
16.	Mai 17	13 43 51.9	12 11 14.99	— 4 6 8.2	20 780	178 7 36.6	213 15 16.1
17.	Okt. 14	22 32 17.7	23 12 9.49	— 1 40 49.5	22 272	354 0 42.9	205 18 49.2
18.	Nov. 9	20 34 48.1	21 55 55.37	— 7 55 9 6	20 964	334 35 26 4	203 56 51.8
19.	1903 März 7	7 37 55.9	5 52 6.79	+ 18 28 45.3	23 714	91 12 41.1	197 41 20.8
20.	März 7	10 52 2.0	6 0 10.17	+ 18 26 26.6	23 751	92 58 57.6	197 40 45.1

No.	Datum	ϑ	α_0	δ_0	log sin p_0	m	n
		h m s	h m s	° ′ ″		° ′ ″	° ′ ″
21.	März 11	9 54 24.3	9 52 46.42	+ 8 42 8.6	8.24 043	145 1 6.4	197 28 22.3
22.	Apr. 10	11 56 38.0	12 15 43.01	— 2 49 27.4	22 754	180 20 47.2	195 53 2.8
23.	13	13 44 53.6	14 54 31.28	— 13 57 4.0	21 375	220 45 20.2	195 43 18.2
24.	Mai 9	13 26 23.3	13 42 5.25	— 9 28 57.5	21 729	202 14 15.5	194 20 57.6
25.	Mai 10	12 36 22.3	14 31 13.34	— 12 40 21.8	21 355	214 55 18.0	194 17 54.1
26.	Juni 3	14 38 7.9	11 48 2.30	— 0 19 46.3	22 547	171 24 10.2	193 1 35.3
27.	5	15 51 16.7	13 31 7.38	— 8 35 16.9	21 609	198 21 4.3	192 55 5.5
28.	8	15 21 10.7	16 1 22.86	— 16 50 26.2	20 495	237 29 51.8	192 45 39.1
29.	Sept 1	19 39 28.6	18 42 43.96	— 17 51 56.2	19 783	276 47 25.7	188 15 45.3
30.	1904 Jan. 29	7 33 47.0	5 52 59 07	+ 18 18 53.8	24 104	94 22 18.2	180 18 53.8
31.	März 6	12 24 47.2	15 16 59.91	— 13 48 41.2	22 495	223 13 21.9	178 21 1.2
32.	25	8 1 59.7	7 1 57.85	+ 17 36 1.6	23 381	110 29 33.6	177 21 23.8
33.	25	11 9 34.0	7 9 33.85	+ 17 26 49.9	23 448	112 12 15.6	177 20 59.0
34.	26	7 17 4.7	7 58 40.43	+ 16 1 11.7	23 858	123 13 23 6	177 18 19.6
35.	März 26	13 9 5.9	8 13 0.96	+ 15 27 48.6	23 969	126 26 7.8	177 17 33.1
36.	März 27	7 31 31.1	8 57 52.17	+ 13 20 13.5	24 483	136 29 43.5	177 15 7.6
37.	27	12 9 18.0	9 9 8.35	+ 12 42 55.4	24 352	139 1 48.9	177 14 30.9
38.	Apr. 3	13 32 46.0	15 48 2.16	— 15 16 34.4	22 608	231 46 29.6	176 52 9.3
39.	23	11 56 48.7	8 48 9.68	+ 13 56 42.9	23 634	133 41 54.5	175 48 59.6
40.	Apr. 24	10 56 40.7	9 42 21.87	+ 10 47 16.1	23 875	146 17 57.6	175 45 57.3
41.	Apr. 25	9 60 36.4	10 36 3.71	+ 7 0 6.6	24 042	158 55 41.0	175 42 54.5
42.	26	10 21 26.3	11 32 10.49	+ 2 34 17.7	24 115	172 15 30.9	175 39 41.7
43.	26	14 35 39.0	11 41 54.09	+ 1 46 31.8	24 115	174 34 41.9	175 39 8.1
44.	27	13 17 49 4	12 33 57.18	— 2 30 31.2	24 041	187 0 30.9	175 36 8.3
45.	Apr. 28	13 15 20.1	13 28 57.91	— 6 51 55.4	23 821	200 7 34.6	175 32 58.5

Tafel IV.

No.	α	δ	log sin p
1.	12 57 26.69	— 12 46 9.7	8 234 550
2.	13 51 57.18	— 17 52 59.9	241 085
3.	8 22 26.22	+ 16 24 51.5	201 504
4.	9 41 27.18	+ 8 56 11.3	203 319
5.	10 43 33.00	+ 1 36 30 9	201 259
6.	11 34 15.29	— 2 49 57.3	202 321
7.	12 19 24 73	— 6 58 23.5	199 979
8.	13 8 29.63	— 11 14 16.5	198 574
9.	15 52 29.72	— 20 21 25.4	202 393
10.	20 0 36.37	— 16 41 19.6	222 547
11.	22 44 20 07	— 3 54 55.0	235 951
12.	20 40 2.92	— 13 42 59 5	219 979
13.	10 49 6.69	+ 2 8 2.3	217 763
14.	12 23 33.05	— 5 58 45.4	210 747
15.	11 22 46.30	— 0 46 26.3	215 502
16.	12 10 25.28	— 4 54 5.7	210 976
17.	23 12 32.11	— 2 29 25.8	226 541
18.	21 56 39.70	— 8 44 58.1	212 489
19.	5 51 3.37	+ 17 51 25.0	242 690
20.	5 57 54.81	+ 17 42 47.8	240 598
21.	9 52 45.44	+ 7 58 3.4	245 574
22.	12 15 54.01	— 3 39 13.8	231 326
23.	14 55 10.71	— 14 49 33 5	216 001
24.	13 42 11.97	— 10 20 23.1	220 251
25.	14 32 16.25	— 13 31 51.1	215 643

No.	α	δ	log sin p
26.	11 46 33.66	— 1 7 48.1	8.228 425
27.	13 29 52.80	— 9 25 28.2	218 425
28.	16 1 45.72	— 17 42 57.5	206 941
29.	18 42 12.21	— 18 43 43.0	199 616
30.	5 51 57.96	+ 17 41 11.5	246 666
31.	15 18 32.01	— 14 40 39.0	226 376
32.	7 1 21.43	+ 16 59 0.7	239 534
33.	7 7 32.53	+ 16 45 5.1	238 294
34.	7 59 5.89	+ 15 22 40.6	244 307
35.	8 10 46.36	+ 14 42 34.7	242 424
36.	8 58 43.91	+ 12 38 48.8	248 144
37.	9 7 29.16	+ 11 59 23.1	247 832
38.	15 49 18.02	— 16 9 51.0	227 741
39.	8 46 28.10	+ 13 14 25.0	240 584
40.	9 41 37.90	+ 10 4 32.7	243 853
41.	10 36 24.84	+ 6 14 47.4	245 342
42.	11 32 51.94	+ 1 45 59.7	245 466
43.	11 40 20.54	+ 0 57 37.8	244 397
44.	12 33 31.26	+ 3 21 36.2	244 282
45.	13 29 6.02	— 7 44 58.4	241 630

Tafel V.

	x'	dx/dh	Gew.	y'	dy/dh	Gew.	h'	Gew.	h_0	h	x	y
1.	— 3.0327	+ 0.426	2.469	— 1.8815	— 1.211	0.823	18.5762	1.583	18.5923	18.5893	— 3.0271	— 1.8974
2.	— 3.1887	+ 0.319	2.916	— 1.4532	— 1.243	0.818	18.8835	1.672	18.8742	18.8712	— 3.1926	— 1.4379
3.	— 2.2811	+ 0.169	2.503	+ 0.9432	— 1.221	0.488	17.2757	0.826	17.2301	17.2271	— 2.2893	+ 1.0025
4.	— 2.8377	+ 0.343	2.128	— 0.0318	— 1.224	0.466	17.3368	0.796	17.3022	17.2992	— 2.8506	+ 0.0142
5.	— 3.7325	+ 0.376	2.449	+ 0.5817	— 1.235	0.663	17.2239	1.240	17.2204	17.2174	— 3.7349	+ 0.5897
6.	— 3.7819	+ 0.445	2.780	+ 1.4128	— 1.194	0 983	17.2882	2 037	17.2625	17.2595	— 3.7947	+ 1.4471
7.	— 3.4175	+ 0.477	2.602	+ 1.2317	— 1.184	1.014	17.1559	2 075	17.1697	17.1667	— 3.4123	+ 1.2189
8.	— 2.9155	+ 0.495	2.053	+ 0.9218	— 1.194	0.772	17.1103	1.508	17.1142	17.1112	— 2.9151	+ 0.9207
9.	— 1.1330	+ 0.304	2.227	+ 0.6661	— 1.196	0.728	17.2616	1.347	17 2654	17.2624	— 1.1328	+ 0.6651
10.	+ 0.6356	— 0.012	3.460	— 0.0948	— 1.284	0.594	18.0639	1.174	18.0855	18 0825	+ 0.6354	— 0.1187
11.	+ 0.8095	+ 0.820	1.203	+ 0.2469	+ 0.985	0.927	18.6511	1.228	18.6524	18.6494	+ 0.8081	+ 0.2452
12.	+ 0.6455	— 0.161	3.327	— 1.0304	— 1.267	0.681	17 9571	1.372	17.9788	17.9758	+ 0.6425	— 1.0541
13.	— 3.9799	+ 0.495	2.375	+ 2.0413	— 1.193	0.889	17.8785	1.727	17.8873	17.8843	— 3.9770	+ 2.0344
14.	— 3.2672	+ 0.406	2.837	+ 1.9631	— 1 220	0.940	17 6201	1.982	17.6007	27.5977	— 3.2763	+ 1.9904
15.	— 3.9010	+ 0 461	2.414	+ 2.3239	— 1.210	0.819	17.7930	1.584	17.7945	17.7915	— 3.9017	+ 2.3257
16.	— 3.5243	+ 0.517	2.217	+ 2.2529	— 1.191	0.835	17.6043	1.568	17.6100	17.6070	— 3.5229	+ 2.2497
17.	— 0.0241	— 0.275	2.977	— 0.1938	— 1.253	0.691	18.2473	1.360	18.2526	18 2496	— 0.0247	— 0.1967
18.	+ 0.3913	— 0.010	2.537	— 0 4898	— 1.256	0.317	17.6914	0.552	17.6714	17.6684	+ 0.3915	— 0.4609
19.	— 3.3243	— 0.151	2.167	+ 0.7176	— 1.279	0.317	18.9359	0.589	18.9440	18.9410	— 3.3251	+ 0.7111
20.	— 3 3617	— 0.049	2.542	+ 0.6518	— 1.372	0.599	18.8660	1.553	18.8530	18.8500	— 3.3609	+ 0.6738

21.	— 3.7137	+ 0.253	3.510	+ 1.4099	— 1.230	1.038	19.0556	2.393	19.0703	19.0673	— 3.7107	+ 1.3955
22.												
23.	— 1.1044	— 0.291	2.738	+ 2.9230	+ 1.152	0.883	17.8139	1.744	17.8149	17.8119	— 1.1038	+ 2.9207
24.	— 1.9854	+ 0.327	2 002	+ 2.6944	— 1.242	0.437	18.0001	0.785	17.9901	17.9871	— 1.9897	+ 2.7106
25.	— 1.4309	+ 0.646	2.549	+ 2.9193	— 0.940	1.716	17.7567	3 517	17.8002	17.7972	— 1.4047	+ 2 8812
26.	— 3.1816	+ 0.656	1.611	+ 2.4923	— 1.116	0.800	18.3367	1.292	18.3319	18.3289	— 3.1867	+ 2.5010
27.	— 2.1454	+ 0 543	2 228	+ 2.8476	— 1.172	0.895	17.9093	1 686	17.9146	17.9116	— 2.1444	+ 2.8454
28.	— 0.3732	+ 0.605	2.187	+ 2.9239	— 1.139	1.004	17.4427	1.904	17.4471	17.4441	— 0.3724	+ 2.9223
29.	+ 1.0167	+ 0.104	3.571	+ 2.5249	— 1.290	0.674	17.1294	1.407	17.1553	17.1523	+ 1.0191	+ 2.4954
30.	— 3.4970	+ 0.161	2.588	— 0.3197	— 1.275	0.441	19.1241	0.834	19.1183	19.1153	— 3.4984	— 0.3085
31.	— 0.6901	— 0.329	2.092	+ 4.0212	+ 1.228	0.468	18.2153	0.832	18.2456	18.2426	— 0.6991	+ 4.0547
32.	— 3.3600	+ 0.071	3.698	— 0.5537	— 1.279	0.803	18.8089	1.754	18.8069	18.8039	— 3.3604	— 0.5473
33.	— 3.3428	+ 0.100	3.594	— 0.6499	— 1.280	0.756	18.7593	1 647	18.7523	18.7493	— 3.3438	— 0.6378
34.	— 3.1816	+ 0.205	3.319	— 0.4476	— 1.269	0.777	19.0248	1.636	19.0147	19.0117	— 3.1843	— 0.4310
35.	— 3.1275	+ 0.237	3.269	— 0.5655	— 1.260	0.823	18.9219	1.745	18.9325	18.9295	— 3.1257	— 0.5751
36.	— 2.9675	+ 0.342	2.782	— 0.1497	— 1.243	0.762	19.1887	1 516	19.1835	19.1805	— 2.9703	— 0.1395
37.	— 2.8912	+ 0.368	2.778	— 0.2682	— 1.232	0.831	19 1771	1.666	19.1697	19.1667	— 2.8950	— 0.2554
38.	— 0.2868	— 0.059	3.168	+ 3.8618	+ 1.258	0 528	18.3055	0.972	18.3031	18.3001	— 0.2865	+ 3.8550
39.	— 2.9667	+ 0.415	2.450	— 0.2093	+ 1.222	0.750	18.8645	1.427	18.8524	18 8494	— 2.9730	— 0.2278
40.	— 2.7102	+ 0.519	2.063	+ 0.1156	— 1.176	0.781	19 0088	1.383	18.9949	18.9919	— 2.7190	+ 0.1355
41.	— 2.4423	+ 0.495	2.182	+ 0.6206	— 1.193	0.776	19.0679	1.422	19.0601	19.0571	— 2.4476	+ 0.6335
42.	— 2.1301	+ 0.502	2.471	+ 1.2000	— 1.177	0.971	19.0888	1.914	19.0655	19.0625	— 2.1433	+ 1.2310
43.	— 2.0889	— 0.525	2.271	+ 1.1206	— 1.181	0.889	19.0321	1.689	19.0187	19.0157	— 2.0803	+ 1.1400
44.	— 1.7762	+ 0.547	2.006	+ 1.8189	— 1.145	0.912	18.9962	2.154	19.0136	19.0106	— 1.7683	+ 1.8024
45.	— 1.4138	+ 0.708	2.255	+ 2.4907	— 0.966	1.594	18.8588	3.037	18.8979	18.8949	— 1.3882	+ 2.4558

Tafel VI.

	l	b	l_1	b_1
	° ′ ″	° ′ ″	° ′ ″	° ′ ″
1.	19 55 48.2	— 4 46 22.5	19 59 23.3	— 4 43 43.2
2.	32 59 26.3	— 4 39 17.0	33 3 54.3	— 4 40 19.5
3.	298 59 57.0	— 3 41 54.9	298 57 20.2	— 3 47 33.8
4.	321 29 24.2	— 4 15 47.1	321 32 38.3	— 4 18 41.6
5.	335 13 30.9	— 4 49 22.4	335 15 12.8	— 4 42 3.8
6.	345 46 22.7	— 4 34 19.1	345 46 2.0	— 4 35 59.5
7.	358 56 32.5	— 4 24 16.4	358 58 15 6	— 4 25 49.6
8.	13 29 48.6	— 4 12 13.8	13 32 2.9	— 4 10 2.8
9.	57 22 55.9	— 3 4 9.8	57 24 42 8	— 3 0 14.6
10.	118 47 35.6	— 1 45 22 2	118 47 34 9	- 1 45 25.7
11.	159 25 54.7	— 1 47 1.5	159 26 11.0	— 1 46 4.2
12.	131 30 27.4	— 1 40 21.7	131 36 14.4	— 1 40 7.9
13.	331 54 50.0	— 4 23 34 1	331 57 53 1	— 4 32 41.8
14.	357 33 30.5	— 4 6 39.4	357 36 9.8	— 4 6 32.5
15.	339 51 16.0	— 4 17 15.1	339 53 45.4	— 4 24 47.6
16.	353 0 15.3	— 4 11 47.2	353 1 47.3	— 4 10 27.1
17.	168 42 44.4	— 2 13 56.5	168 46 53.3	— 2 17 2.8
18.	149 12 35.6	— 1 51 38.3	149 22 44.5	— 1 56 58.1
19.	265 52 14.1	— 4 31 14 0	266 0 3.9	— 4 36 18.6
20.	267 29 33.1	— 4 29 44 0	267 46 31.3	— 4 37 19.1
21.	319 51 44.0	— 4 28 52.0	319 54 4.3	— 4 28 32.8
22.				
23.	35 42 11.3	— 2 28 29.0	35 39 25.0	— 2 40 18.0
24.	17 4 17.7	— 3 2 25.8	17 8 58.2	— 3 7 0.2
25.	29 47 18.4	— 2 43 52.1	29 49 34.7	— 2 46 59.8
26.	346 11 18.1	— 3 41 13 6	346 18 53.6	— 3 52 31.9
27.	13 15 1.9	— 3 0 36.2	13 15 50.5	— 3 10 55.0
28.	52 16 6.6	— 2 10 28.3	52 22 52.4	— 2 13 10.0
29.	91 27 10.1	— 1 31 59.9	91 37 33.6	— 1 40 38.7
30.	269 8 49.4	— 4 43 48.4	269 11 51.8	— 4 42 45.2
31.	38 11 14 3	— 2 14 23.0	38 6 21.4	— 2 13 0.0
32.	285 18 12.1	— 4 40 46.7	285 21 10.6	— 4 38 18.4
33.	286 57 51.3	— 4 37 45 0	287 4 2.8	— 4 37 25 3
34.	298 6 19 4	— 4 29 44.7	298 6 13 0	— 4 29 54 3
35.	301 18 1.0	— 4 23 31.6	301 19 13.8	— 4 27 9.0
36.	311 21 48.8	— 4 18 14.2	311 23 33.8	— 4 17 0.5
37.	313 56 2.4	— 4 9 38.1	313 55 48.7	— 4 14 7.1
38.	46 40 7.0	— 2 0 21.6	46 38 51.9	— 2 1 39.4
39.	308 42 21.4	— 4 19 58.7	308 35 39.1	— 4 18 30.2
40.	321 13 34.4	— 4 3 11 5	321 12 24.2	— 4 3 17.0
41.	333 51 18.1	— 3 44 44.0	333 50 30 8	— 3 45 30.3
42.	347 8 8.2	— 3 22 20.3	347 10 24 6	— 3 24 57.4
43.	349 28 40.3	— 3 18 30.3	349 29 44.5	— 3 21 16.1
44.	1 56 7.5	— 2 58 59.1	1 55 7.6	— 3 1 24.7
45.	15 0 4.1	— 2 37 46.1	15 1 41.0	— 2 40 59.2

Tafel VII.

	a	b	c	d	n	s	v	vv
1.	+ 0.998 dλ	− 0.000 dβ	+ 0.000 dJ	− 0.149 df	+ 0.298 = 0	+ 1.147	+ 0.090	0.0081
2.	+ 998	− 006	+ 019	− 138	+ 348	+ 1.221	+ 142	202
3.	+ 998	+ 024	− 061	− 331	− 060	+ 0.570	− 285	812
4.	+ 999	+ 018	− 051	− 420	+ 319	+ 0.865	+ 085	72
5	+ 998	+ 003	− 010	− 256	+ 220	+ 0.955	+ 002	0
6.	+ 999	− 010	+ 030	− 195	+ 110	+ 0.934	− 102	104
7.	+ 999	− 015	+ 045	− 207	+ 237	+ 1.059	+ 024	6
8.	+ 998	− 020	+ 056	− 222	+ 272	+ 1.084	+ 057	32
9.	+ 998	− 026	+ 052	− 042	+ 150	+ 1.132	− 050	25
10.	+ 998	− 009	+ 010	+ 110	− 034	+ 1.075	− 220	484
11.	+ 998	+ 010	− 011	+ 139	− 028	+ 1.108	− 211	445
12.	+ 998	− 001	+ 001	+ 248	+ 233	+ 1.479	+ 061	37
13.	+ 998	− 012	+ 036	− 276	+ 268	+ 1.014	+ 048	23
14.	+ 998	− 021	+ 057	− 279	+ 244	+ 0.999	+ 023	5
15.	+ 998	− 016	+ 046	− 220	+ 206	+ 1.014	+ 009	1
16.	+ 998	− 020	+ 056	− 229	+ 152	+ 0.957	− 064	41
17.	+ 998	+ 021	− 032	+ 220	+ 111	+ 1.318	− 063	40
18.	+ 999	+ 015	− 020	+ 184	+ 491	+ 1.669	+ 313	980
19.	+ 999	+ 010	− 030	− 345	+ 607	+ 1.241	+ 380	1444
20.								

	a	b	c	d	n	s	v	vv
21.	+ 0 999 dλ	— 0.014 dβ	+ 0.042 dJ	— 0.292 df	+ 0 229 = 0	— 0.964	+ 0.007	0.0000
22.								
23.	+ 998	— 025	+ 044	— 250	— 050	+ 0.717	— 268	718
24.	+ 998	— 027	+ 054	— 137	+ 364	+ 1.252	+ 155	240
25.	+ 998	— 026	+ 047	— 153	+ 220	— 1.086	+ 010	1
26.	+ 998	— 024	+ 060	— 046	+ 498	+ 1.486	+ 299	894
27.	+ 998	— 027	+ 056	— 025	+ 085	+ 1.087	— 113	128
28.	+ 998	— 020	+ 030	— 021	+ 441	— 1.428	+ 243	590
29.	+ 998	— 003	+ 003	+ 328	+ 524	— 1.850	+ 359	1289
30.	+ 998	+ 000	— 002	— 094	+ 262	+ 1.164	+ 058	34
31.	+ 998	— 020	+ 030	— 172	— 170	+ 0.666	— 382	1459
32.	+ 999	— 008	+ 025	— 325	+ 349	+ 1.040	+ 124	154
33.	+ 999	— 009	+ 027	— 324	+ 541	+ 1.234	+ 316	999
34.	+ 999	— 014	+ 040	— 314	+ 161	+ 0.872	— 063	40
35.	+ 999	— 015	+ 043	— 311	— 239	+ 0.955	+ 014	2
36.	+ 998	— 018	+ 052	— 301	+ 268	+ 0.999	+ 045	20
37.	+ 998	— 019	+ 054	— 298	+ 149	+ 0.884	— 074	55
38.	+ 998	— 017	+ 023	— 288	+ 088	+ 0.804	— 135	182
39.	+ 999	— 018	+ 051	— 295	— 246	— 0.491	— 468	2190
40.	+ 998	— 022	+ 058	— 279	+ 080	+ 0.835	— 141	199
41.	+ 998	— 025	+ 061	— 262	+ 098	+ 0.870	— 121	146
42.	+ 998	— 026	+ 059	— 245	+ 276	+ 1.062	+ 058	34
43.	+ 998	— 026	+ 058	— 242	+ 203	+ 0.991	— 014	2
44.	+ 998	— 026	+ 052	— 237	+ 074	+ 0.861	— 143	204
45.	+ 998	— 025	+ 044	— 214	+ 226	+ 1.029	+ 011	1

Tafel VIII.

	a′	b′	c′	d′	n′	s′	υ	υυ
1.	+ 0.000 dλ	+ 0.998 dβ	— 1.000 dJ	+ 0.067 df	+ 0.190 = 0	+ 0.255	+ 0.260	0.0676
2.	+ 006	+ 998	— 0.973	+ 065	— 031	+ 0.065	+ 039	15
3.	— 024	+ 998	— 396	— 073	— 379	+ 0.126	— 296	876
4.	— 018	+ 999	— 736	— 088	— 226	— 0.069	— 158	250
5.	— 003	+ 998	— 993	— 195	+ 330	+ 0.137	+ 377	1421
6.	+ 010	+ 999	— 926	— 085	— 158	— 0.160	— 101	102
7.	+ 015	+ 999	— 814	— 069	+ 148	— 0.017	— 087	76
8.	+ 020	+ 998	— 642	— 087	+ 080	+ 0.369	+ 145	210
9.	+ 026	+ 998	+ 124	— 053	+ 206	+ 1.301	+ 300	900
10.	+ 009	+ 998	+ 940	— 033	— 018	+ 1.896	+ 111	123
11.	— 010	+ 998	+ 934	— 033	+ 042	+ 1.931	+ 175	306
12.	+ 001	+ 998	+ 999	+ 013	+ 022	+ 2.033	+ 157	246
13.	+ 012	+ 998	— 889	+ 105	— 509	— 0.283	— 433	1875
14.	+ 021	+ 998	— 603	+ 103	+ 050	+ 0.569	+ 134	180
15.	+ 016	+ 998	— 803	+ 118	— 406	— 0.077	— 327	1069
16.	+ 020	+ 998	— 646	+ 117	+ 129	+ 0.618	+ 212	449
17.	— 021	+ 998	+ 595	+ 171	— 096	+ 1.647	+ 045	20
18.	— 015	+ 999	+ 815	+ 179	— 224	+ 1.754	— 074	55
19.	— 010	+ 999	— 929	+ 200	— 220	+ 0.040	— 133	179
20.	— 009	+ 999	— 940	+ 200	— 370	— 0.120	— 283	801

	a′	b′	c′	d′	n′	s′	υ	υυ
21.	+ 0.014 dλ	+ 0.999 dβ	+ 0.842 dJ	− 0.072 df	− 0.010 = 0	+ 1.773	+ 0.121	0. 146
22.								
23.	+ 025	+ 998	+ 340	+ 191	− 603	+ 0.951	− 476	2266
34.	+ 027	+ 998	+ 049	+ 192	− 172	+ 1.094	− 057	32
25.	+ 026	+ 998	+ 267	+ 192	− 083	+ 1.400	+ 040	16
26.	+ 024	+ 998	− 449	+ 193	− 583	+ 0.183	− 485	2352
27.	+ 027	+ 998	+ 006	+ 193	− 518	+ 0.706	− 405	1640
28.	+ 020	+ 998	+ 637	+ 193	− 055	+ 1.793	+ 082	67
29.	+ 003	+ 998	+ 993	+ 179	− 416	+ 1.757	− 263	692
30.	− 000	+ 998	− 1.000	+ 126	+ 121	+ 0.245	+ 197	388
31.	+ 020	+ 998	+ 640	+ 106	+ 155	+ 1.919	+ 284	807
32.	+ 008	+ 999	− 951	+ 098	+ 197	+ 0.351	+ 271	734
33.	+ 009	+ 999	− 941	+ 098	+ 069	+ 0.234	+ 142	202
34.	+ 014	+ 999	− 859	+ 096	+ 042	+ 0.292	+ 117	137
35.	+ 015	+ 999	− 829	+ 095	− 166	+ 0.114	− 090	81
36.	+ 018	+ 998	− 718	+ 094	+ 127	+ 0.519	+ 208	433
37.	+ 019	+ 998	− 686	+ 094	− 215	+ 0.210	− 133	177
38.	+ 017	+ 998	+ 764	− 027	− 144	+ 1.608	− 021	4
39.	+ 018	+ 999	− 734	+ 081	+ 135	+ 0.499	+ 212	449
40.	+ 022	+ 998	− 568	+ 079	+ 044	+ 0.575	+ 127	161
41.	+ 025	+ 998	− 373	+ 078	+ 005	+ 0.733	+ 094	88
42.	+ 026	+ 998	− 148	+ 078	− 103	+ 0.851	+ 007	0
43.	+ 026	+ 998	− 108	+ 078	− 111	+ 0.883	− 013	2
44.	+ 026	+ 998	+ 110	+ 078	− 089	+ 1.123	+ 017	3
45.	+ 025	+ 998	+ 334	+ 078	− 135	+ 1.300	− 020	3

Lebenslauf.

Am 5. August 1882 als Sohn des Krankenpflegers Alois Völkel und seiner Ehefrau Klara, geb. Lorke, zu Breslau geboren, genoss ich meinen ersten Unterricht an einer hiesigen städtischen Elementarschule. Ostern 1893 bezog ich das hiesige Kgl. kath. St. Matthiasgymnasium, das ich 1902 mit dem Zeugnis der Reife verliess. Im April 1902 wurde ich bei der philosophischen Fakultät zu Breslau inskribiert und hörte Vorlesungen bei den Herren Professoren

Abicht, Baumgartner, Franz, London, O. E. Meyer, Neumann, Pax, Rosanes und Sturm, denen allen ich zu aufrichtigem Danke verpflichtet bin.

Seit August 1905 bin ich an der hiesigen Königl. Universitäts-Sternwarte als Assistent angestellt.